

К строению магнитосферы пульсара в осесимметричном случае.*В.С. Бескин^{1,2}, В.В. Прокофьев¹*¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН

Вопрос о строении магнитосферы пульсара является одним из основных вопросов в теории радиоизлучения. В данной работе получено асимптотическое решение для удаленных областей магнитосферы в наклонном случае в рамках бессилового приближения.

Уравнение для бессилового приближения:

$$\rho \vec{E} + \frac{\vec{j} \times \vec{B}}{c} = 0 \quad (1)$$

получается из приравнивания к нулю пространственных компонент тензора энергии-импульса. Для начала решим задачу в осесимметричном случае. Когда все функции зависят только от радиуса r и угла θ , то магнитные и электрические поля удобно записать в виде:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\nabla \Psi(r, \theta) \times \vec{e}_\phi}{2\pi r \sin \theta} + \frac{2I(\Psi)}{cr \sin \theta} \vec{e}_\phi \\ \vec{E} &= -\frac{\Omega(\Psi)}{2\pi c} \nabla \Psi(r, \theta) \end{aligned}$$

Полоидальная компонента (1) запишется в виде скалярного уравнения вдоль градиента Ψ .

$$\frac{(\Omega r \sin \theta)^2}{c^2} \Delta \Psi - \Delta^* \Psi + \frac{(r \sin \theta)^2}{c^2} (\nabla \Psi)^2 \Omega \frac{d\Omega}{d\Psi} - \frac{16\pi^2}{c^2} I \frac{dI}{d\Psi} = 0,$$

где

$$\Delta^* = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right)$$

У этого уравнения есть асимптотическое радиальное решение (при расстояниях много больше радиуса светового цилиндра)[1]:

$$\begin{aligned} \Psi(r, \theta) &= \Psi(\theta) \\ 4\pi I &= \Omega \sin \theta \frac{d\Psi}{d\theta} \end{aligned} \quad (2).$$

В данной работе проверено, что в наклонном случае решение уравнения (1) можно получить из решения для осесимметричного случая умножением на сигнум функцию:

$$\text{sgn}(\sin \chi \sin \theta \sin[\phi - \Omega t + \Omega r / c] + \cos \theta \cos \chi), \quad (3)$$

где χ -угол между магнитным моментом и осью вращения.

И, что если вместо сигнум функции использовать физически более корректный гиперболический тангенс, то, хоть уравнение (1) перестанет выполняться вне токового слоя, но уравнения Максвелла все равно будут удовлетворяться.

Численное моделирование [2] показывает, что профиль токового слоя совпадает с решением [3], но зависимость величины вектора Пойтинга от угла θ в наклонном случае различны: в решении [3] $S \sim \sin^2 \theta$, а согласно моделированию $S \sim \sin^4 \theta$ (4).

Нами показано, что функция, записанного виде ряда:

$$\Psi = \Psi_0 \left(\frac{1}{2} \theta - \frac{1}{4} \sin 2\theta + \sum_{n=1}^{\infty} f_n(\theta) \left(\frac{c}{\Omega r} \right)^{2n} \right)$$

при больших расстояниях удовлетворяет (4), также для функции f_1 получено уравнение:

$$f_1'' + f_1' \cot \theta + f_1 (5 - 9 \cot^2 \theta) = \cot \theta.$$

Или, для общего случая, когда $\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = \sin^m \theta$, где $1 \leq m \leq 2$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{df}{d\theta} \right) - (m-1) \cot \theta = \\ = f_1 (2 + (m+1)(1 - (m+1) \cot^2 \theta) \sin^{m-2} \theta) \end{aligned}$$

Построенное таким образом функция при умножении на функцию (3) является решением уравнения (1) в наклонном случае, для дальних зон магнитосферы, удовлетворяющее результатам моделирования при больших углах наклона. Для получения решения, согласующегося с численными результатами, по-видимому, необходимо правильным образом задать зависимость функции Ψ от угла наклона, тогда, как было показано выше, необходимо построить решение для осесимметричной задачи, умножить его на функцию (3) и получить решение, математически удовлетворяющее уравнению (1) во всем пространстве.

Литература

1. *Ingraham R.L.* Algorithm For Solving The Nonlinear Pulsar Equation-TAJ.-1973-N.186.-P.625-629.
2. *Tchekhovskoy A., Spitkovsky, A., Li, J. G.,* Time-Dependent 3D Magnetohydrodynamic Pulsar Magnetospheres: Oblique Rotators-MNRAS.-2013.-N. 435.-P.L1-L5.
3. *Bogovalov S.V.* On The Physics of Cold MHD Winds From Oblique Rotators-Astron.Astrophys..-1999.-N.349.-P.1017-1026.

