

Абстракт

Мы исследуем асимптотическую структуру пульсарного ветра в бессиловом и двухжидкостном МГД приближениях. В бессиловом приближении мы получили простое асимптотическое решение уравнения Грэда-Шафранова для квазисферичного пульсарного ветра. В случае наклонного ротатора мы получили хорошее согласие с результатами численного моделирования. В частности, мы показали, что форма токового слоя не зависит от радиальной структуры магнитного поля. Для внутренней области токового слоя в пульсарном ветре, где бессиловое приближение не выполняется, мы использовали приближение двухжидкостной гидродинамики. Переходя в сопутствующую систему отсчета мы определили структуру электрического и магнитного полей, а также компоненту скорости, перпендикулярную слою. Это позволило определить эффективность ускорения частиц в слое. Наконец, мы исследовали движение частиц в переменном слое и получили простое самосогласованное решение его эволюции.

1. Введение

Ключевым элементом пульсарного ветра, как полагают, является токовый слой, разделяющий разнонаправленные потоки магнитного поля [1, 2, 3]. При этом, как показывают результаты численного моделирования [4], зависимость величин от полярного угла θ в действительности отличается от простейшей монополярной модели – при достаточно большом угле наклона оси намагниченности к оси вращения как радиальное магнитное поле, так и поток энергии будет сконцентрирован вблизи экваториальной плоскости. Поэтому возникла необходимость построить более реалистичную модель, позволяющую определить основные параметры пульсарного ветра для произвольной геометрии.

Другим важным вопросом является проблема внутреннего строения токового слоя – как аналитические [3], так и численные [4] модели внутреннюю структуру не описывают. Для этого мы перешли в систему отсчета, движущуюся вместе с истекающей плазмой. Тем самым, удалось устранить электромагнитные поля нулевого приближения, определяющие общую динамику истечения, которые, однако, мешают выделить собственные поля токового слоя.

2. Бессиловое приближение

В бессиловом приближении задача отыскания стационарных конфигураций полей может быть сведена к решению одного уравнения второго порядка на функцию магнитного потока $\Psi(r, \theta)$ [6]

$$-\left(1 - \frac{\Omega_F^2 \omega^2}{c^2}\right) \nabla^2 \Psi + 2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial \Psi}{\partial \omega} + \frac{\omega^2 \Omega_F}{c^2} (\nabla \Psi)^2 \frac{d\Omega_F}{d\Psi} - \frac{16\pi^2}{c^2} I \frac{dI}{d\Psi} = 0$$

Это уравнение носит имя уравнения Грэда-Шафранова.

Ищем решение этого уравнения для магнитосферы пульсара в виде асимптотического ряда $\Psi(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(\theta) \left(\frac{R_L}{r}\right)^{2n}$ $\frac{d\Psi_0}{d\theta} = \Psi^0 \sin^m \theta$

с условием, что на больших расстояниях зависимость величины потока вектора Пойтинга S от угла θ соответствовала зависимости, полученной в работе [4]. Тогда первый член разложения будет удовлетворять уравнению

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Psi_1}{d\theta} \right) - \Psi^0 (m-1) \cot \theta = \Psi_1 (m+3 - (m+1)^2 \cot^2 \theta)$$

Для больших углов между магнитной осью и осью вращения пульсара α результаты численного счета [4] дают $m = 2$. В этом случае $B_p(\theta)$ пропорционально $\sin \theta$.

Рассмотрим конфигурацию магнитосферы для наклонного случая вида

$$B_\phi = E_\theta = -\frac{\Omega \Psi}{2\pi r c} \operatorname{sgn}(\Phi) \quad B_r = \frac{1}{2\pi r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \operatorname{sgn}(\Phi)$$

Она удовлетворяет уравнениям Максвелла и бессиловому приближению во всей магнитосфере при условии

$$\Phi = \sin \alpha \sin \theta \sin(\varphi - \Omega t + \Omega r/c) + \cos \theta \cos \alpha$$

Это означает, что токовый слой имеет такой же профиль как и решение Боговалова [3].

При более физической модели токового слоя (с более гладкой, чем $\operatorname{sign}(\Phi)$ функцией) удовлетворяются только уравнения Максвелла, а бессиловое приближение нарушается. Поэтому для построения реалистичной магнитосферы мы будем использовать другую модель.

3. Поля в движущейся системе отсчета.

Для изучения механизма ускорения частиц внутри токового слоя рассмотрим конфигурацию

$$B_\phi = E_\theta = -\frac{B_L R_L}{cr} \sin \theta f(r - ct)$$

которая в бессиловом приближении удовлетворяет уравнениям Максвелла для произвольной функции $f(r - ct)$ [5]. Токовый слой вблизи $\theta = 90^\circ$ хорошо моделируется сферическими слоями. Отметим, что в данном решении мы пренебрегли радиальной компонентой магнитного поля, что верно за быстрой магнитно-звуковой поверхностью [6].

Так как вещество не может двигаться со скоростью света, то следуя [7], рассмотрим слегка измененную конфигурацию, в которой скорость вещества равна βc , $\beta < 1$. В этом случае поля приобретают вид

$$B_\phi = \frac{1}{\beta} \frac{B_L R_L}{r} \sin \theta \tanh\left(\frac{r - \beta ct}{\Delta}\right) \quad E_\theta = \frac{B_L R_L}{r} \sin \theta \tanh\left(\frac{r - \beta ct}{\Delta}\right)$$

Далее перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью βc под углом θ к горизонту и напишем лидирующие компоненты векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} в данной системе. Если взять в качестве произвольной функции $f(\xi) = \tanh(\xi/\Delta)$, они примут вид

$$B_y = \frac{B_L R_L \sin^m \theta}{ct \beta^2 \gamma^2} \tanh\left(\frac{x}{\gamma \Delta}\right) \quad E_x = \frac{z B_L R_L \sin^m \theta}{c^2 t^2 \beta^2 \gamma^2} \tanh\left(\frac{x}{\gamma \Delta}\right)$$

При этом два уравнения Максвелла (не включающие заряды и токи) будут по-прежнему выполняться не только вне, но и внутри слоя.

4. Оценка ускорения частиц

В системе отсчета, движущейся с токовым слоем, решение удобно искать в виде

$$B_y = \frac{A}{ct} f(x, t) \quad E_x = \frac{A}{c^2 t^2} z f(x, t)$$

В первом приближении концентрация вещества уменьшается со временем как $1/t^2$, поэтому функция $f(x, t)$ должна меняться как $1/t$. В качестве простейшей оценки рассмотрим слой с $f(x, t) = x/kct$.

В результате, уравнения Максвелла и движения показывают, что возникает z -компонента электрического поля, которое и будет ускорять частицы вдоль оси z . При этом величина этого поля в центре слоя равна $E_z = kA/2ct$, параметр k в ультррелятивистском приближении оказывается равным $k = 1/4\lambda\gamma$, а толщина слоя – $\Delta = R_L \sigma^{1/3}/4\gamma\lambda$

Для оценки ускорения частиц было получено выражение для изменения γ -фактора в начальный момент времени: $\left. \frac{d\gamma}{dt/t_0} \right|_{t=t_0} = \frac{\sigma}{2\gamma}$

При этом, за быстрой магнитозвуковой поверхностью $\sigma = \gamma^3$ [6]. Эта оценка показывает, что ускорение частиц велико и сделанное предположение о ультррелятивистском характере течения оказывается верным.

После образования токового слоя, когда его внутреннее давление мало, он начнет сжиматься, при этом концентрация в нем будет увеличиваться. Естественно предположить, что конечный размер слоя будет со-поставим с глубиной скин-слоя c/ω_p . В этом случае концентрация плазмы в слое больше концентрации вне слоя в $\sigma^{1/3}$ раз.

5. Простое самосогласованное решение

Рассмотрим осесимметричный случай. В нем поля в сопутствующей системе могут быть найдены так же, как в пункте 3.

$$B_y = \frac{B_L R_L}{\gamma^2 \beta^2} \frac{1}{ct} f\left(\frac{z}{\beta ct}\right) \quad E_x = \frac{B_L R_L}{\gamma^2 \beta^2} \frac{z}{c^2 t^2} f\left(\frac{z}{\beta ct}\right)$$

Так как размер орбиты частицы в токовом слое намного больше характерного размера изменения полей, мы можем использовать метод, рассмотренный в [8]. Согласно ему, следующая величина, называемая квазиadiaбатическим инвариантом, остается постоянной $I_z = \int p_z dz$

на масштабах, превышающих характерное время периодического движения частицы в слое. Кладя толщину L токового слоя пропорциональной t^β мы получили

$$I_z \propto t^{1/2} p^{3/2} L^{1/2} \psi(s), \quad \text{где } s = p_x/p \text{ и } \psi(s) = \int_{-\sqrt{s+1}}^{\sqrt{s+1}} \sqrt{1 - (s - \xi^2)^2} d\xi.$$

Рассмотрим систему уравнений, включающих баланс давлений, уравнения Максвелла и сохранение квазиadiaбатического инварианта. Чтобы однозначно определить степень β мы накладываем еще условие, чтобы размер орбиты частицы увеличивался бы так же, как и размер слоя.

В результате мы получили $\beta = 1/2$ и $L \propto t^{1/2}$ $p \propto t^{-1/2}$ $n \propto t^{-1}$
Пример траектории частицы в ортогональном слое представлен на рисунке 1.

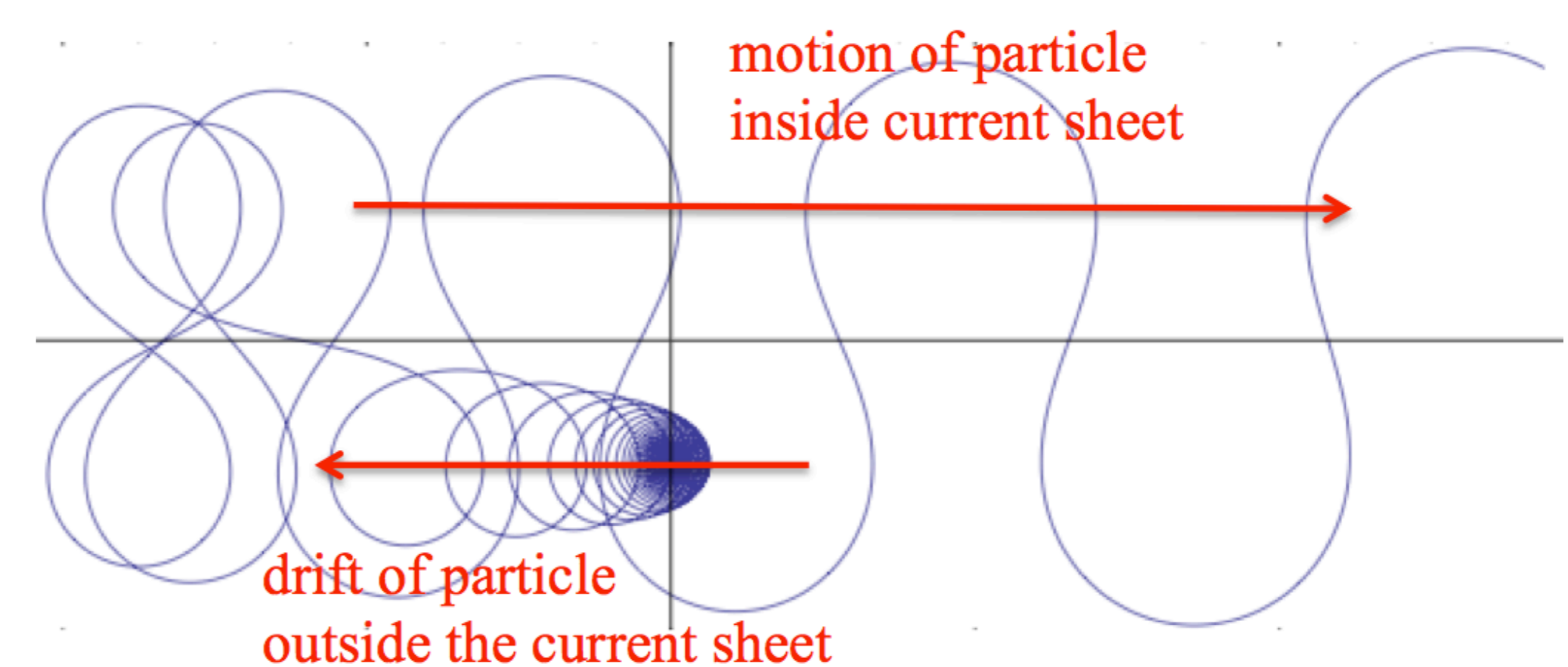


Рис.1: Траектория частицы в зависящем от времени токовом слое. Изначально частица не пересекает слой, и дрейфует в медленно меняющихся полях. Когда слой достаточно расширился, частица становится захваченной и движется в противоположном направлении.

6. Заключение

В приближении двухжидкостной магнитной гидродинамики было исследовано поведение частиц в окрестности токового слоя. В частности,

- были получены поля в сопутствующей токовому слою системе отсчета,
- показано, что неизбежно возникает компонента электрического поля, направленная вдоль слоя и ускоряющая частицы,
- возникающее электрическое поле достаточно большое, чтобы разгонять частицы до релятивистских скоростей,
- была оценена толщина токового слоя, а также плотность плазмы в нем.
- было получено простое самосогласованное решение для временной эволюции токового слоя.

В бессиловом приближении была построена модель магнитосферы, согласующаяся с результатами численного моделирования:

- было получено уравнение на поправку к сферически-симметричной конфигурации в осесимметричном случае,
- было показано, что для наклонного случая форма токового слоя имеет такой же профиль, как и профиль полученный в [3], и не зависит от степени ‘поджатия’ силовых линий.

Литература

[1] F. V. Coroniti, 1990, ApJ, 349, 538
 [2] F. Michel, 1994, ApJ, 431, 397
 [3] S. V. Bogovalov, 1999, Astron. Astrophys., 349, 1017
 [4] A. Tchekhovskoy, A. Spitkovsky, J. Li, 2011, MNRAS, 435, 1
 [5] M. Lyutikov, 2011, Phys. Rev. D, 8314035
 [6] V. S. Beskin, *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects* (Springer, Berlin, 2009)
 [7] J. G. Kirk, Y. Lyubarsky, 2001, ApJ, 547, 437
 [8] L. M. Zelenyi, A. I. Neishtadt, A. V. Artemyev, D. L. Vainchtein, H. V. Malova, 2013, Physics Uspekhi, 56, 347