

## ПОПЕРЕЧНЫЙ АДИАБАТИЧЕСКИЙ ИНВАРИАНТ И ЯРКОСТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДЖЕТОВ

© 2023 г. В. С. Бескин<sup>1,2\*</sup>, Т. И. Халилов<sup>2</sup>, В. И. Парьев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 21.11.2022 г.

После доработки 10.03.2023 г.; принята к публикации 21.03.2023 г.

В предположении о сохранении поперечного адиабатического инварианта для излучающих частиц в релятивистских струйных выбросах исследуется изменение яркостной температуры вдоль оси джета. Показано, что в этом случае можно объяснить наблюдаемый излом в зависимости яркостной температуры от расстояния до “центральной машины”.

*Ключевые слова:* активные галактики, струйные выбросы.

DOI: 10.31857/S0320010823030014, EDN: SQTPUB

### ВВЕДЕНИЕ

Релятивистские джеты из активных галактических ядер являются видимыми проявлениями их активности на ранней стадии эволюции (Бегельман и др. 1987; Урри, Падовани, 1995; Девис, Чеховской, 2021; Комиссаров, Порт, 2021). При этом гидродинамические скорости вещества джетов соответствуют значениям лоренц-факторов  $\Gamma$  порядка 10–20. Так, в галактике M87 это движение наблюдается непосредственно, а лоренц-фактор истекающей материи  $\Gamma \approx 6$  (Юниор, Биретта, 1995). Во многих случаях истекающая плазма сохраняет релятивистские скорости на огромных расстояниях от ядра, прежде чем заметно замедлиться при взаимодействии с межгалактической средой. При этом нет сомнения, что наблюдаемое радиоизлучение джета связано с синхротронным излучением релятивистских электронов. Об этом говорит как степенной спектр наблюдаемого излучения, так и его характерный завал на низких частотах, легко объясняемый синхротронным самопоглощением (Лютиков и др., 2003, 2005; Порт и др., 2011; Соколовский и др., 2011).

В настоящее время благодаря развитию радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами удается проследить свойства радиоизлучения до самых внутренних (порядка сотен гравитационных радиусов) областей струйных выбросов (Ковалев и др., 2005). В частности, недавно было показано, что

во многих случаях форма джета меняется от параболической к конической (Асада, Накамура, 2012; Ковалев и др., 2020; Пак и др., 2021; Боккарди и др., 2021), так что можно говорить об универсальности такого явления для релятивистских джетов. Однако, несмотря на большой объем накопленной информации, многие моменты еще ждут своего решения. В частности, это касается недавно обнаруженного излома в зависимости яркостной температуры  $T_{br}$  от расстояния до “центральной машины”  $z$  (Кадлер и др., 2004; Бачко и др., 2019; Бурд и др., 2022), происходящего во многих случаях на расстояниях порядка 1 пк, т.е. как раз в области перехода от параболической к конической форме. Такой излом наблюдается уже у нескольких десятков объектов, причем показатели степени  $a$  в степенной зависимости  $T_{br} \propto z^{-a}$  заключены в широком пределе

$$a_1 = 3.0 \pm 1.0, \quad (1)$$

$$a_2 = 2.7 \pm 1.0, \quad (2)$$

где  $a_1$  соответствует малым, а  $a_2$  — большим расстояниям от “центральной машины”. Столь широкий разброс параметров, когда близкие средние значения малоинформативны, означает, что в некоторых случаях имеет место условие  $a_1 > a_2$  (излом вверх), а в других случаях  $a_1 < a_2$  (излом вниз). При этом никакого различия в показателях степени  $a$  у квазаров и лацертид не наблюдается.

Одна из причин, сдерживающая построение последовательной теории радиоизлучения джетов,

\*Электронный адрес: beskin@lpi.ru

состояла в том, что энергия излучающих частиц должна намного превосходить энергию гидродинамического движения. Поэтому многие годы не удавалось провести прямую связь вопросов, связанных с наблюдаемым радиоизлучением, с развиваемой уже не первое десятилетие (и являющейся в настоящее время общепринятой) магнито-гидродинамической (МГД) теорией струйных выбросов (Хейвертс, Норман, 1989; Пеллетье, Пудриц, 1992; Бескин, 2006; Чеховской и др., 2008; МакКини и др., 2012), так как магнито-гидродинамическая теория джетов ничего не говорила об энергетике излучающих частиц. Поскольку же в вопросе о формировании спектра излучающих частиц до сих пор не было единого мнения (см., например, Маршер, Гир, 1985; Истомин, Парьев, 1996; Парьев и др., 2003), возникающая в этом звене неопределенность не позволяла самосогласованно исследовать эволюцию параметров излучения вдоль оси джета.

Собственно говоря, в настоящее время достаточно хорошо разработанной моделью, позволяющей анализировать зависимость спектра излучающих частиц от расстояния до “центральной машины”  $z$ , является лишь адиабатическая модель Маршера (1980). Действительно, воспользовавшись релятивистским уравнением состояния  $PV^{4/3} = \text{const}$  для конического джета, когда размер излучающих областей  $R \propto z$ , мы немедленно получаем для среднего лоренц-фактора  $\gamma \propto R^{-2/3}$ . Позже в статье Лобанова и Цензуса (1999) эти приближения были обобщены на ситуацию ускоряющихся джетов. А затем в работе Лобанова и др. (2000) на основе приведенных выше результатов была выведена зависимость яркостной температуры от поперечного размера струи вида  $T_{\text{br}} \sim R^{-\xi}$  ( $\xi \approx 2$ ), где  $R$  — поперечный размер джета. Такая зависимость, например, была применена для наблюдаемых изменений яркостной температуры в статьях Гомеза и др. (2016) и Наира и др. (2019).

Однако не очевидно, что такая простая гидродинамическая модель будет справедлива и для сильно замагниченного течения. Во всяком случае, для излучающих частиц их длина свободного пробега  $l_\gamma$  (Берестецкий и др., 1989)

$$l_\gamma \sim \frac{\gamma^2}{r_e^2 n} \sim 10^8 R_L \left( \frac{\lambda}{10^{12}} \right)^{-1} \times \left( \frac{\gamma}{10^3} \right)^2 \left( \frac{B_p}{10 \text{ Гс}} \right)^{-1} \quad (3)$$

оказывается больше характерного размера системы  $L$ . Здесь  $\lambda$  — удобный безразмерный коэффициент (множественность рождения), параметризующий концентрацию частиц

$$n_e = \lambda n_{\text{GJ}} \quad (4)$$

через так называемую гольдрайховскую плотность  $n_{\text{GJ}} = \Omega_F B_p / (2\pi c e)$  — минимальную концентрацию частиц, необходимую для выполнения приближения идеальной магнитной гидродинамики. Здесь  $\Omega_F \approx \Omega_H / 2$ , где  $\Omega_H$  — частота вращения черной дыры. Наконец,  $R_L = c / \Omega_F$  есть радиус светового цилиндра, который примерно в десять раз превышает радиус черной дыры (Девис, Чеховской, 2021; Комиссаров, Порт, 2021). При этом мы использовали значение полоидального магнитного поля  $B_p = 10^2$  Гс, характерное для масштаба светового цилиндра. Что касается величины  $\lambda$ , то мы в дальнейшем будем полагать  $\lambda \sim 10^{12}$ . Такая большая величина следует как из численных расчетов по рождению частиц в магнитосфере черных дыр (Мошчибродска и др., 2011), так и из наблюдений (Нохрина и др., 2015).

Конечно, условие  $l_\gamma \gg L$  недостаточно для нарушения соотношения  $PV^{4/3} = \text{const}$ ; для этого необходимо, чтобы достаточно медленно проходила изотропизация функции распределения. А этот процесс зависит от уровня турбулентности истекающей плазмы, про который в настоящее время нет достоверной информации. Поэтому мы в дальнейшем будем рассматривать двухкомпонентную модель, состоящую из гидродинамического потока с малым разбросом частиц по энергиям (для которых условие изотропизации выполнено) и высокоэнергичного хвоста слабовзаимодействующих частиц, с которыми и связано наблюдаемое синхротронное излучение. Для объяснения наблюдаемого излучения (в том числе в оптическом и рентгеновском диапазоне) обычно предполагается, что степенной спектр может продолжаться до энергий по крайней мере порядка нескольких ТэВ. При этом концентрация излучающих частиц должна быть заметно меньше концентрации фоновой плазмы.

Естественно, предположить, что для излучающих частиц будет сохраняться поперечный адиабатический инвариант  $I_\perp = p_\perp^2 / B$ . В этом случае также можно будет связать их энергетика с параметрами струйного выброса, которые, как уже отмечалось, достаточно хорошо моделируются в рамках современных магнито-гидродинамических теорий. В результате появляется уникальная возможность получить прямую информацию об эволюции свойств излучающей плазмы вдоль оси джета. В частности, становится возможным проверить, необходимо ли дополнительное ускорение частиц в пределах струйного выброса для объяснения интенсивности наблюдаемого излучения.

В данной работе на основе анализа движения заряженных частиц в коническом и параболическом релятивистских джетах исследуется изменение яркостной температуры вдоль оси джета. Показано, что в этом случае можно объяснить

наблюдаемый излом в зависимости яркостной температуры от расстояния до “центральной машины”. При этом хорошее согласие с наблюдениями достигается без дополнительного ускорения частиц в пределах самого струйного выброса.

В первой части мы обсудим две модели релятивистских джетов, которые достаточно адекватно описывают внутреннюю структуру релятивистских струйных выбросов из активных галактических ядер. Вторая часть посвящена анализу сохранения поперечного адиабатического инварианта в скрещенных электрических и магнитных полях релятивистских джетов. Будет показано, что и в этом случае поперечный адиабатический инвариант сохраняется с большой точностью. Наконец, в третьей части проведен анализ характера изменения яркостной температуры вдоль оси джета за счет разной зависимости поведения спектра излучающих частиц вследствие сохранения поперечного адиабатического инварианта. Показано, что этот эффект может служить основой для объяснения данных наблюдений.

### ДВЕ МОДЕЛИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДЖЕТОВ

Как уже отмечалось выше, сами наблюдения говорят о том, что в качестве достаточно хорошей геометрической модели релятивистских струйных выбросов могут быть выбраны конические и параболические течения. Поэтому в качестве основы мы ниже рассмотрим две простые аналитические модели бессиловых релятивистских струйных выбросов — коническое (точнее, квазисферическое) решение Майкеля (1973) и параболическое решение Блендфорда (1976). Здесь важным подспорьем для нас является то, что по результатам численного моделирования (см., например, МакКини и др., 2012), значительная область вблизи оси джета действительно имеет регулярное магнитное поле.

Электромагнитные поля конического бессилового течения Майкеля в сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  имеют вид

$$B_r = B_L \frac{R_L^2}{r^2}, \quad (5)$$

$$B_\varphi = -B_L \frac{R_L}{r} \sin \theta, \quad (6)$$

$$E_\theta = -(1 - \varepsilon) B_L \frac{R_L}{r} \sin \theta, \quad (7)$$

где вновь  $R_L$  — радиус светового цилиндра, а  $B_L$  — магнитное поле при  $r = R_L$ . При этом мы будем считать, что такое решение существует лишь в узкой области  $\theta < \theta_{\text{jet}} \sim 0.1$  вблизи оси джета. Кроме того, в выражение для электрического поля

добавлен множитель  $(1 - \varepsilon)$ , где постоянная  $\varepsilon \ll 1$  позволяет смоделировать отсутствие ускорения частиц на больших расстояниях, когда уже весь поток электромагнитной энергии передан потоку плазмы. Иными словами, малый параметр  $\varepsilon$  отвечает за насыщение энергии (лоренц-фактора) частиц.

Действительно, воспользовавшись фундаментальным теоретическим результатом, согласно которому в асимптотически далекой области за пределами светового цилиндра энергия частиц гидродинамической компоненты<sup>1</sup> приближается к энергии, соответствующей дрейфовому движению (Чеховской и др., 2008; Бескин, 2010; Боговалов, 2014)

$$\mathbf{U}_{\text{dr}} = c \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (8)$$

и поэтому при определении гидродинамической скорости частиц продольной скоростью вдоль магнитного поля можно пренебречь, получаем для гидродинамического лоренц-фактора

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \left(1 - \frac{E^2}{B_\varphi^2 + B_p^2}\right)^{-1/2} \approx \quad (9) \\ &\approx \left(1 - \frac{1 - 2\varepsilon}{1 + 1/x^2}\right)^{-1/2} \approx \left(2\varepsilon + \frac{1}{x^2}\right)^{-1/2}. \end{aligned}$$

Здесь  $x = r \sin \theta / R_L$  есть безразмерное расстояние до оси джета. В итоге на малых расстояниях от “центральной машины”, т.е. при  $x < (2\varepsilon)^{-1/2}$ , получаем

$$\Gamma \approx x, \quad (10)$$

т.е. хорошо известную асимптотику для сколимированных замагниченных струйных выбросов. С другой стороны, на больших расстояниях, т.е. при  $x > (2\varepsilon)^{-1/2}$ , имеем  $\Gamma \approx (2\varepsilon)^{-1/2} \approx \text{const}$ . Эта асимптотика моделирует область насыщения, когда уже весь поток энергии сосредоточен в гидродинамическом потоке частиц. Поэтому можно записать

$$\varepsilon \approx \frac{1}{2\sigma_M^2}, \quad (11)$$

где  $\sigma_M$  есть так называемый параметр замагниченности Майкеля (1969), который имеет смысл максимально возможного лоренц-фактора. Согласно Нохриной и др. (2015), для большинства релятивистских джетов из активных галактических ядер  $\sigma_M = 10-50$ , что находится в соответствии со значениями, определяемыми из сверхсветовых движений. Таким образом, структура электромагнитных полей однозначно определяет все необходимые нам

<sup>1</sup>Для высокоэнергичной компоненты это не так (см. Прокофьев и др., 2015).

в дальнейшем характеристики гидродинамического течения.

Другой моделью будет бессилное решение с параболическим полоидальным магнитным полем, найденное Блендфордом (1976). В сферических координатах  $r, \theta, \varphi$  оно может быть записано в виде (Бескин, 2006)

$$\mathbf{B}_p = B_L \frac{\nabla X \times \mathbf{e}_\varphi}{\sin \theta \sqrt{1 + \Omega_F(X)^2 X^2 / c^2}} \frac{R_L}{r}, \quad (12)$$

где  $R_L = c/\Omega_F(0)$  и

$$X = r(1 - \cos \theta), \quad (13)$$

так что  $|\nabla X| = \sqrt{2 - 2 \cos \theta}$ . Условие  $X(r, \theta) = \text{const}$  ( $\theta \propto r^{-1/2}$ ) соответствует параболической структуре, при которой все силовые линии проходят через экваториальную плоскость (при этом центральная часть силовых линий пересекает горизонт черной дыры). Радиус светового цилиндра  $R_L$  и значение функции  $\Omega_F$  при  $X = 0$  связаны соотношением  $R_L = c/\Omega_F(0)$ . Соответственно, электрическое и тороидальное магнитное поля имеют вид

$$\mathbf{E} = -\frac{B_L(1 - \varepsilon)}{\sqrt{1 + \Omega_F(X)^2 X^2 / c^2}} \times \left( \frac{\Omega_F(X) R_L}{c} \right) \nabla X, \quad (14)$$

$$B_\varphi = -\frac{B_L}{\sqrt{1 + \Omega_F(X)^2 X^2 / c^2}} \times \frac{(2 - 2 \cos \theta)}{\sin \theta} \left( \frac{\Omega_F(X) R_L}{c} \right). \quad (15)$$

Здесь величина  $\Omega_F$ , так называемая угловая скорость вращения силовых линий магнитного поля, должна зависеть от  $X$ , так как возможными оказываются лишь те конфигурации, при которых  $\Omega(X) X/c < 1$  (в противном случае “центральная машина” вращалась бы со скоростью, превышающей скорость света); во всех дальнейших расчетах мы полагаем  $\Omega(X) X/c = 0.5$  при  $X > 0.5 R_L$ . Здесь в электрическое поле, по аналогии с предыдущей моделью, добавлен постоянный множитель  $(1 - \varepsilon)$ . Легко проверить, что для этой конфигурации также выполнена асимптотика  $\Gamma = x$  (10) в области сильно замагниченного течения и  $\Gamma \approx \text{const}$  в области насыщения.

### СОХРАНЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО АДИАБАТИЧЕСКОГО ИНВАРИАНТА

Прежде чем переходить к нашей основной задаче, а именно к нахождению яркостной температуры релятивистских джетов, обсудим подробно

свойства движения отдельных частиц в определенных выше электромагнитных полях. Прежде всего, необходимо проверить, действительно ли при таком движении будет сохраняться поперечный адиабатический инвариант

$$I_\perp = \frac{(p'_\perp)^2}{h}. \quad (16)$$

Здесь

$$h = \sqrt{B^2 - E^2} \quad (17)$$

есть магнитное поле в гидродинамической системе покоя (электрическое поле равно нулю). Соответственно,  $p'_\perp$  есть поперечный импульс также в системе покоя. Дело в том, что в стандартной постановке рассматривается движение частицы в стационарном магнитном поле, т.е. в заданной инерциальной системе координат. В нашем же случае сопутствующая система координат (система координат, в которой плазма покоится) ускоряется в скрещенных электрических и магнитных полях. Поэтому полезно проверить сохранение поперечного адиабатического инварианта в таком нетривиальном случае.

На рис. 1 показаны результаты численного интегрирования движения частиц в электромагнитных полях (5)–(7) и (14)–(15) для характерных параметров релятивистских джетов  $\sigma_M = 10$  и лоренц-фактора  $\gamma = 10^3$ ; значение малого параметра  $\varepsilon$  определялось из соотношения (11). Как мы видим, поперечный адиабатический инвариант  $I_\perp$  (16) действительно сохраняется с хорошей точностью как для конической, так и для параболической геометрии. При этом, поскольку для ультрарелятивистских излучающих частиц  $m_e c \gamma' \approx p'_\perp$ , получаем, что

$$\gamma' = \frac{I_\perp^{1/2}}{m_e c} h^{1/2}. \quad (18)$$

Здесь также важно обратить внимание на то, что инвариант  $I_\perp$  не меняется при существенном изменении характера зависимости величины  $h$  от расстояния  $z \approx r$  до “центральной машины”. Действительно, легко проверить, используя соотношение (9), что для конического течения на малых расстояниях, т.е. при  $x < 1/\sqrt{2\varepsilon}$ , будет справедлива асимптотика  $h \propto z^{-2}$ , а на больших расстояниях  $x > 1/\sqrt{2\varepsilon}$  — асимптотика  $h \propto z^{-1}$ . Соответственно для параболического течения на малых расстояниях, т.е. при  $x < 1/\sqrt{2\varepsilon}$ , мы имеем  $h \propto z^{-1}$  и  $h \propto z^{-1/2}$  на больших расстояниях  $x > 1/\sqrt{2\varepsilon}$ . Как мы увидим, наличие такого излома как раз и позволит нам объяснить характер изменения зависимости яркостной температуры от расстояния  $z$  до “центральной машины”.

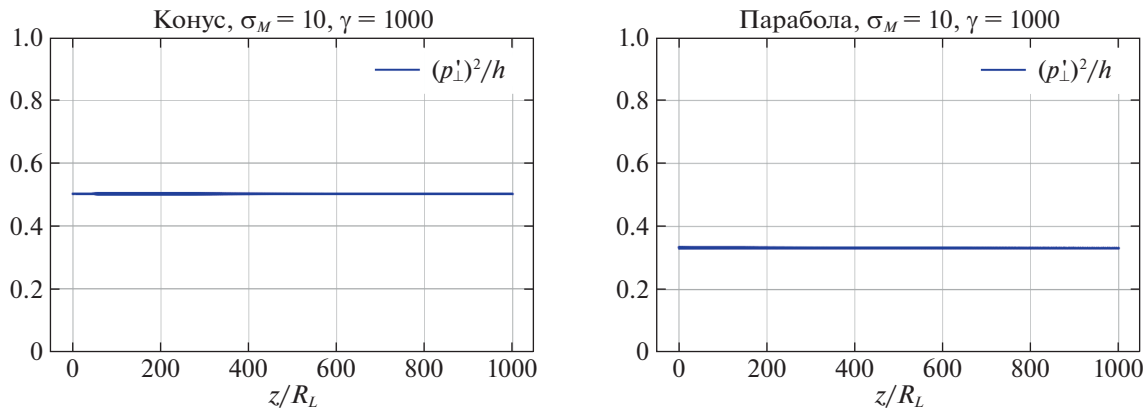


Рис. 1. Сохранение поперечного адиабатического инварианта в сопутствующей системе координат (относительные единицы) для конического и параболического течений.

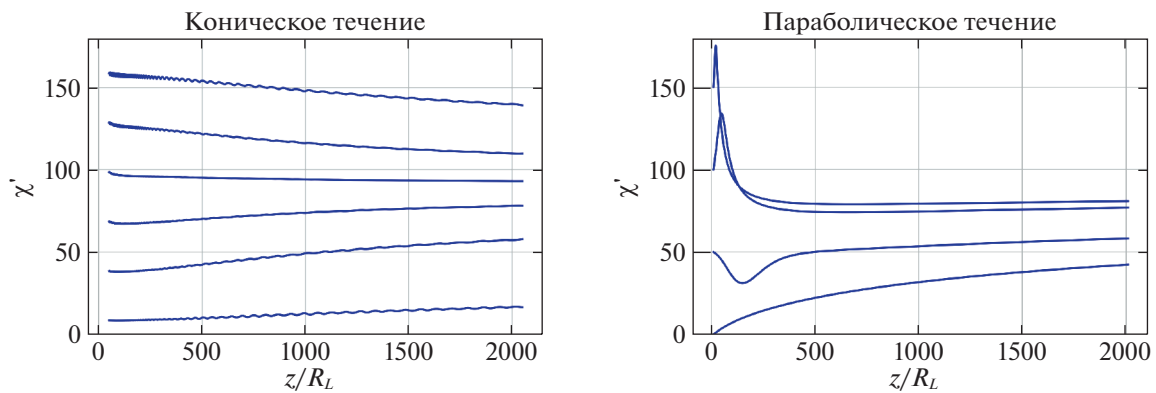


Рис. 2. Зависимость питч-угла отдельной частицы  $\chi'$  (в градусах) в сопутствующей системе координат от расстояния  $z$  до “центральной машины”.

Наконец, отметим еще одно важное обстоятельство, которое понадобится нам в дальнейшем. Как показано на рис. 2, в сопутствующей системе координат питч-угол отдельной частицы  $\chi'$  не уменьшается с уменьшением магнитного поля (т.е. с ростом расстояния  $z$  до “центральной машины”), как это бывает в статических чисто магнитных конфигурациях, а наоборот, хотя и медленно, стремится к  $90^\circ$ . Это еще раз подтверждает уже отмеченный нами ранее результат, что в замагниченных ветрах (и в сопутствующей системе координат) можно пренебречь продольной, параллельной магнитному полю, компонентой скорости по сравнению со скоростью дрейфа. Понятно, что этот эффект имеет место лишь за пределами светового цилиндра, где роль электрического поля становится определяющей. В пределах же светового цилиндра, как и при отсутствии электрического поля, сохранение поперечного адиабатического инварианта приводит

к уменьшению питч-угла  $\chi'$ . Такое уменьшение угла  $\chi'$  хорошо видно на рис. 2 для параболического поля на начальной фазе траекторий частиц, пока они находятся в непосредственной близости от светового цилиндра. Как уже отмечалось, различные неустойчивости, присущие сильно анизотропным распределениям, будут стремиться уменьшить степень анизотропии. Поэтому предположение о медленной изотропизации является необходимым условием для рассматриваемой здесь модели. При этом для нас в дальнейшем будет важно лишь то, что питч-углы не стремятся к  $0^\circ$ , когда мощность синхротронного излучения значительно подавляется.

### ЯРКОСТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА

Посмотрим теперь, как изменение энергии излучающих частиц, неизбежно возникающее при

расширению джета благодаря сохранению поперечного адиабатического инварианта, повлияет на изменение яркостной температуры  $T_{\text{br}}$  вдоль оси джета. При этом мы воспользуемся стандартными соотношениями, полученными в работах Лютикова и др. (2003, 2005). Существенное отличие будет состоять лишь в том, что мы учтем как расширение джета, так и эволюцию спектра излучающих частиц. При этом мы не будем учитывать синхротронные потери в высокоэнергетической части спектра (см. Приложение).

Отметим сразу, что возможность ограничиться приближением оптически тонкой плазмы, в котором не учитываются ни синхротронное самопоглощение, ни фарадеевское вращение, связано с тем, что интересующая нас здесь область насыщения находится достаточно далеко от “центральной машины”, где плотность плазмы и магнитные поля уже не столь велики. Как известно, в области сантиметровых длин волн заметное самопоглощение, определяемое по эффекту смещения ядра (см., например, Нохрина и др., 2015), имеет место на расстояниях, не превышающих нескольких сот гравитационных радиусов. Что же касается фарадеевского вращения, то, как известно, даже регистрируемые в самых центральных областях значения меры вращения  $\text{RM} \sim 100 \text{ рад/м}^2$  (Кравченко и др., 2017, Габузда и др., 2017) не приводят к заметной деполяризации в сантиметровой области длин волн.

Ниже мы приведем соответствующие выкладки, а здесь начнем обсуждение с выражения для концентрации излучающих частиц в сопутствующей системе координат  $n'_\gamma$ , имеющих степенной энергетический спектр в диапазоне  $\gamma_0 < \gamma' < \gamma_{\text{max}}$

$$dn'_\gamma = K_e(\gamma')^{-p} d\gamma' d^3r' d\Omega. \quad (19)$$

Здесь  $p$  — показатель спектра,  $d\Omega$  — элемент телесного угла, а  $K_e$  — нормировочная постоянная. Отметим сразу, что в нашей модели важно, чтобы ключевую роль играл нижний предел интегрирования. При этом, как мы увидим, нижний предел может соответствовать и нерелятивистским скоростям ( $\gamma_0 = 1$ ), основные выводы работы от этого не изменятся.

Далее заметим, что благодаря отмеченной выше тенденции к увеличению питч-угла  $\chi'$  мы в этой работе не будем учитывать зависимость функции распределения (19) от телесного угла  $d\Omega$ . Это связано с тем, что при малых углах между осью джета и направлением на наблюдателя, характерных для квазаров, а также благодаря почти тороидальному магнитному полю в основной части струйных выбросов диаграмма направленности синхротронного излучения большинства излучающих частиц будет ориентирована по направлению к наблюдателю.

В результате, поскольку, как было показано выше, при распространении вдоль расширяющегося джета энергия всех излучающих частиц изменяется пропорционально величине  $h$ , степенная форма спектра сохранится вдоль всего джета. С другой стороны, если выбрать нормировку энергетического распределения частиц в виде  $\int f(\gamma') d\gamma' = 1$ , то в этом случае

$$K_e = (p-1)n'_\gamma(\mathbf{r}')\gamma_0^{p-1}(\mathbf{r}'). \quad (20)$$

Здесь мы предположили, что  $\gamma'_{\text{max}} \gg \gamma_0$  и  $\gamma_0 \gg 1$ . При этом, благодаря соотношению  $\gamma_0 \propto h^{1/2}$  (18), нормировочный множитель  $K_e$  приобретает зависимость от инварианта  $h$ . Именно учет зависимости  $K_e$  от координат в согласии с сохраняющимся адиабатическим инвариантом  $I_\perp$

$$K_e \propto n'_\gamma h^{(p-1)/2}, \quad (21)$$

благодаря зависимости магнитного поля в сопутствующей системе координат  $h$  от расстояния  $z$ , и представляет тему нашего исследования. Легко проверить, что зависимость (21) будет также выполнена, если нижняя граница спектра излучающих частиц близка к  $m_e c^2$  ( $\gamma_0 = 1$ ). В этом случае изменение величины  $K_e$  будет связано с изменением числа излучающих частиц с  $\gamma' > 1$ .

Воспользуясь теперь стандартным выражением для интенсивности  $I_\nu$  (Лютиков и др., 2005), получаем

$$dI_\nu = 2\pi \frac{(p+7/3)}{(p+1)} \kappa(\nu) \frac{dS dl}{D^2} \times \quad (22)$$

$$\times \mathcal{D}^{2+(p-1)/2} |h \sin \hat{\chi}|^{(p+1)/2} d\nu.$$

Здесь  $\hat{\chi}$  — угол между магнитным полем и лучом зрения,

$$\kappa(\nu) = \frac{\sqrt{3}}{4} \Gamma\left(\frac{3p-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+7}{12}\right) \times \quad (23)$$

$$\times \frac{e^3}{m_e c^2} \left(\frac{3e}{2\pi m_e c}\right)^{(p-1)/2} \nu^{-(p-1)/2} K_e,$$

$D$  — расстояние до источника, а

$$\mathcal{D} = \frac{1}{\Gamma(1-\beta\mathbf{n})} \quad (24)$$

есть доплер-фактор ( $\beta = \mathbf{v}/c$ , где  $\mathbf{v}$  есть гидродинамическая скорость, а  $\mathbf{n}$  — единичный вектор в направлении наблюдателя). Далее, элемент объема (который в этом соотношении уже должен соответствовать лабораторной системе координат) записан в виде  $d^3r = dS dl$ , где  $dS$  есть элемент площади, перпендикулярный лучу зрения, а  $dl$  — элемент длины вдоль луча зрения. Наконец, так как

$dS/D^2$  есть элемент телесного угла, получаем для яркостной температуры  $T_{\text{br}} = I_\nu c^2 / (2k_B \nu^2)$ :

$$T_{\text{br}} = R(p) \frac{e^3}{m_e k_B} \left( \frac{e}{m_e c} \right)^{(p-1)/2} \nu^{-(p+3)/2} \times \quad (25)$$

$$\times \int \mathcal{D}^{2+(p-1)/2} h^{(p+1)/2} n_\gamma(\mathbf{r}) \times$$

$$\times \gamma_0^{p-1}(\mathbf{r}) (\sin \hat{\chi})^{(p+1)/2} dl,$$

где теперь  $n_\gamma(\mathbf{r})$  есть концентрация частиц в лабораторной системе,  $k_B$  — постоянная Больцмана,

$$R(p) = \frac{3^{p/2}}{8(2\pi)^{(p-3)/2}} \frac{(p-1)(p+7/3)}{(p+1)} \times \quad (26)$$

$$\times \Gamma\left(\frac{3p-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3p+7}{12}\right),$$

а интеграл берется по лучу зрения.

Далее вновь выразим плотность излучающих частиц  $n_\gamma$  через гольдрайховскую плотность

$$n_\gamma = \lambda_\gamma n_{\text{GJ}}, \quad (27)$$

где постоянная величина  $\lambda_\gamma$

$$\lambda_\gamma \ll \lambda \quad (28)$$

есть множественность излучающих частиц, а при  $\theta \ll 1$ , когда  $z \approx r$ ,

$$n_{\text{GJ}} = \frac{B_L R_L}{2\pi e r^2} \cos \theta \approx 1.1 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3} \times \quad (29)$$

$$\times \left( \frac{h_0}{100 \text{ Гц}} \right) \left( \frac{R_L}{10 r_g} \right)^{-1} \left( \frac{M_{\text{bh}}}{10^9 M_\odot} \right)^{-1} \left( \frac{z}{R_L} \right)^{-2}$$

для электромагнитных полей с конической формой магнитных поверхностей (5)–(7) и

$$n_{\text{GJ}} = \frac{B_L}{\sqrt{5\pi e r}} \approx 1.0 \times 10^{-5} \text{ см}^{-3} \times \quad (30)$$

$$\times \left( \frac{h_0}{100 \text{ Гц}} \right) \left( \frac{R_L}{10 r_g} \right)^{-1} \left( \frac{M_{\text{bh}}}{10^9 M_\odot} \right)^{-1} \left( \frac{z}{R_L} \right)^{-1}$$

для электромагнитных полей с параболической формой магнитных поверхностей (12), (14) и (15) при  $X/R_L < 0.5$  и постоянной  $\Omega_F = c/R_L$ .

В итоге получаем

$$T_{\text{br}} = \lambda_\gamma \frac{m_e c^2}{k_B} \frac{R(p)}{2\pi} \left( \frac{e h_0}{m_e c} \right)^{(p+3)/2} \nu^{-(p+3)/2} \times \quad (31)$$

$$\times \int \mathcal{D}^{2+(p-1)/2} \left( \frac{h}{h_0} \right)^p \left( \frac{z}{R_L} \right)^{-b} (\sin \hat{\chi})^{(p+1)/2} \frac{dl}{R_L}.$$

Здесь  $h_0$  есть значение  $h$  на световом цилиндре, а  $b = 2$  для конического и  $b = 1$  для параболического течения (эти значения соответствуют законам спадающего полоидального магнитного поля для этих

моделей). Кроме того, мы используем характерное значение массы центральной черной дыры  $M_{\text{bh}} = 10^9 M_\odot$  с соответствующим радиусом Шварцшильда  $r_g = 3 \times 10^{14}$  см.

Оценим явно оптическую толщину  $\tau \sim \mu_l l$  синхротронного самопоглощения релятивистскими частицами со степенным распределением по энергиям (19) и (20). Здесь  $\mu_l$  есть коэффициент синхротронного самопоглощения, а  $l \sim \theta_{\text{jet}} z$  — характерная длина. Воспользовавшись стандартным выражением для  $\mu_l$  (см., например, Железняков, 1997), получаем для рассмотренных выше параметров

$$\tau = 0.2 \left( \frac{\lambda_\gamma}{10^9} \right) \left( \frac{\nu}{15 \text{ ГГц}} \right)^{-(p+4)/2} \times \quad (32)$$

$$\times \left( \frac{h_0}{100 \text{ Гц}} \right)^{(p+4)/2} \left( \frac{z}{10 R_L} \right)^{1-b(p+4)/2} \left( \frac{\theta_{\text{jet}}}{0.1} \right).$$

Здесь мы вновь воспользовались выражением  $n_\gamma = \lambda_\gamma n_{\text{GJ}}$  для определения концентрации излучающих частиц, а также положили нижний предел обрезания их спектра  $\gamma_0 \sim 1$ . Как мы видим, для характерных величин  $p = 2$ ,  $h_0 = 100$  Гц и частоты наблюдений  $\nu = 15$  ГГц оптическая толща по синхротронному самопоглощению уже на расстояниях  $z = 10 R_L$  от центральной машины становится много меньше единицы. Таким образом, мы можем пренебречь влиянием синхротронного самопоглощения на спектр и поляризацию наблюдаемого излучения релятивистских электронов на парсековых масштабах.

Что же касается оценки величины фарадеевского вращения, то она существенно зависит от состава истекающей плазмы. В этой работе мы предполагаем, что внутренние приосевые части парсековых джетов состоят из электронно-позитронной плазмы. На это указывают как теоретические соображения (Мошчиродска и др., 2011), так и наблюдательные ограничения (Нохрина и др., 2015). Присутствие позитронов сильно уменьшает величину фарадеевского вращения. Однако дать ее количественную теоретическую оценку затруднительно, так как точный состав джетов неизвестен. Поэтому мы вновь сошлемся на результаты наблюдений меры вращения, которые указывают на отсутствие заметной деполяризации в сантиметрово-области длин волн даже в самых центральных областях парсековых джетов.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 3 показаны характерные профили яркостной температуры для параболического (малые расстояния) и конического (большие расстояния) джетов на частоте 15 ГГц, для которой можно пренебречь как самопоглощением, так и фарадеевским

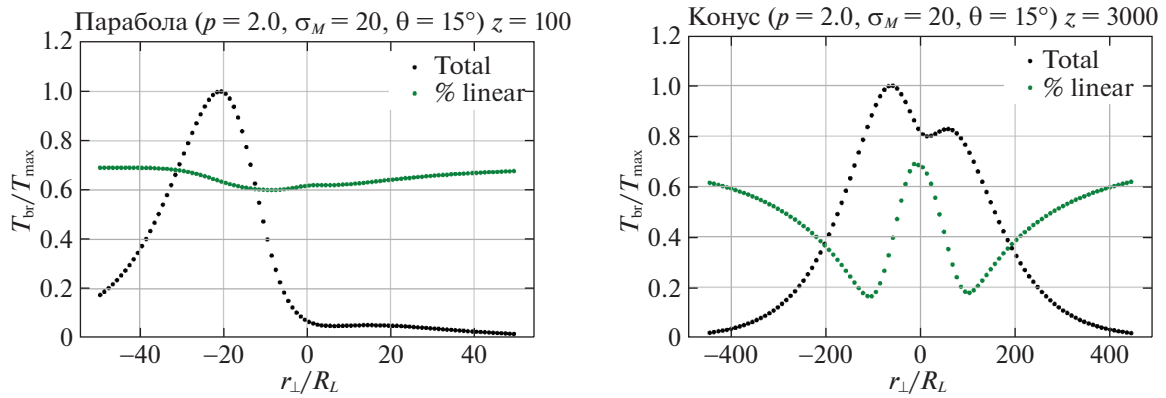


Рис. 3. Характерные профили яркостной температуры для параболического и конического джетов на частоте 15 ГГц. Показана также степень линейной поляризации.

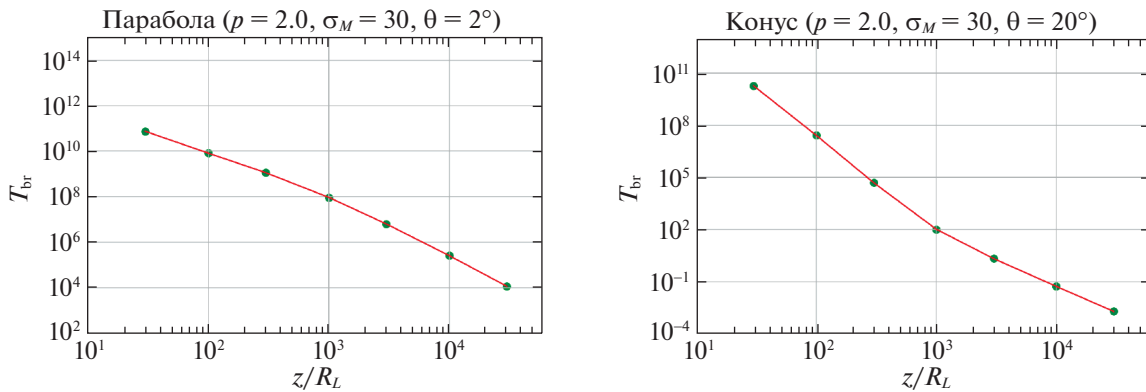


Рис. 4. Зависимость максимума яркостной температуры  $T_{br}$  (в градусах) от расстояния  $z$  до “центральной машины”. В обоих случаях  $\lambda_{\gamma}/\lambda = 0.001$ . Для характерных масс черных дыр  $\sim 10^9 M_{\odot}$  и  $R_L \sim 10 r_g$  положение излома соответствует наблюдаемым расстояниям порядка 1 пк.

вращением. Двугорбый профиль возникает благодаря росту гидродинамической энергии частиц с увеличением расстояния от оси джета, приводящего к увеличению доплер-фактора  $\mathcal{D}$ . При этом асимметрия обусловлена вращением джета, благодаря которому доплер-фактор оказывается больше в той части джета, в которой вращение происходит в направлении на наблюдателя. Этот эффект, как мы видим, особенно заметен на малых расстояниях. Такая асимметрия в яркостной температуре, как и W-образная форма степени линейной поляризации на больших расстояниях  $z$ , действительно наблюдается (Бутузова, Пушкарев, 2023).

Подробное сравнение теоретических и наблюдаемых поперечных профилей яркостной температуры выходит, однако, за рамки настоящей работы; этому будет посвящена отдельная статья. Мы же здесь, убедившись в адекватности наших

результатов, рассмотрим лишь вопрос о зависимости яркостной температуры  $T_{br}$  от расстояния  $z$  до “центральной машины”. При этом, как это обычно делается, мы будем использовать максимальное значение яркостной температуры в поперечном сечении (т.е. вдоль так называемой хребтовой линии).

На рис. 4 для характерных параметров релятивистских джетов  $\sigma_M = 20$  и угла наблюдения  $\Theta = 20^\circ$  показаны два примера зависимости яркостной температуры  $T_{br}$  (в градусах) от расстояния до “центральной машины”. Для характерных масс черных дыр  $\sim 10^9 M_{\odot}$  и обычно принимаемых величин  $R_L \sim 10 r_g$  положение излома как раз соответствует расстояниям порядка 1 пк. Полная сводка результатов для показателей степени  $a$  в зависимости  $T_{br} \propto z^{-a}$  до и после излома для двух значений угла  $\Theta$  между осью джета и направлением на наблюдателя приведена в табл. 1, 2. Как



**Таблица 1.** Зависимость показателей степени  $a$  в соотношении  $T_{br} \propto z^{-a}$  до и после излома для конического течения для двух значений угла  $\Theta$  между осью джета и направлением на наблюдателя. Полураствор джета  $\theta_{jet} = 6^\circ$

$\sigma_M$	10	20	30	40	50
$\Theta = 2^\circ$					
$p = 2.0$	2.7–3.0	3.0–3.0	3.3–3.0	3.6–3.0	3.6–3.0
$p = 2.5$	3.2–3.5	3.7–3.5	4.0–3.5	4.3–3.5	4.4–3.5
$p = 3.0$	3.6–3.8	4.1–3.8	4.4–3.8	4.7–3.8	4.9–3.9
$\Theta = 20^\circ$					
$p = 2.0$	4.2–3.0	5.6–3.0	6.2–3.0	6.5–3.0	6.6–3.0
$p = 2.5$	4.9–3.6	6.5–3.5	6.7–3.6	6.9–3.6	7.2–3.7
$p = 3.0$	6.0–4.0	7.4–4.2	7.7–4.3	7.8–4.5	7.9–4.5

**Таблица 2.** Зависимость показателей степени  $a$  в соотношении  $T_{br} \propto z^{-a}$  до и после излома для параболического течения для двух значений угла  $\Theta$  между осью джета и направлением на наблюдателя

$\sigma_M$	10	20	30	40	50
$\Theta = 2^\circ$					
$p = 2.0$	1.4–2.6	1.5–3.0	1.5–3.0	1.5–3.0	1.5–2.9
$p = 2.5$	1.7–3.1	1.8–3.1	1.8–3.1	1.9–3.1	1.9–3.1
$p = 3.0$	2.2–3.4	2.0–3.2	2.0–3.2	2.1–3.2	2.1–3.2
$\Theta = 20^\circ$					
$p = 2.0$	3.1–2.1	2.9–2.0	2.9–2.0	2.9–2.0	2.9–2.0
$p = 2.5$	3.4–2.3	3.1–2.3	3.1–2.3	3.1–2.3	3.0–2.3
$p = 3.0$	3.6–2.7	3.3–2.7	3.3–2.7	3.3–2.7	3.3–2.7

мы видим, эти зависимости действительно имеют излом в области насыщения даже в том случае, если в области насыщения геометрия джета не меняется. Сама же величина излома зависит как от спектрального индекса  $p$ , так и от параметра

намагниченности  $\sigma_M$ . При этом излом может быть направлен как вверх, так и вниз. Тем более излом будет иметь место при переходе от параболического к коническому течению. При этом широкий разброс параметров, представленный в табл. 1, 2, вполне может объяснить изломы, наблюдаемые в зависимости яркостной температуры от расстояния у струйных выбросов.

Еще один важный момент, который здесь необходимо подчеркнуть, состоит в том, что для получения соответствующих наблюдениям значений яркостной температуры мы положили  $\lambda_\gamma = 10^9$ . Иными словами, для объяснения наблюдений достаточно, чтобы плотность энергии нетепловых частиц была на два-три порядка меньше, чем плотность энергии покоя холодной (фоновой) плазмы. Тем самым, рассмотренная здесь модель получила еще одно подтверждение.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что сохранение поперечного адиабатического инварианта (т.е. связи магнитного поля в сопутствующей системе координат  $h$  и энергии излучающих частиц) естественным образом приводит к изменению зависимости яркостной температуры  $T_{br}$  от расстояния  $z$  до “центральной машины”, поскольку до и после области насыщения имеют место разные асимптотики  $h(z)$ . Этот эффект был продемонстрирован как для параболической, так и для конической структуры релятивистского джета. При этом как наличие излома, так и характерный ход степени линейной поляризации качественно воспроизводят данные наблюдений.

Отметим еще раз, что целью этой статьи было показать лишь принципиальную возможность изменения яркостной температуры вдоль оси джета, связанной с изменением спектра излучающих частиц за счет сохранения поперечного адиабатического инварианта. Подробное же сравнение с наблюдениями станет возможно лишь после уточнения ряда обстоятельств, которые не были учтены в приведенном выше анализе.

Прежде всего это касается учета поперечной неоднородности джетов (см., например, Нохрина и др., 2015), благодаря чему концентрация частиц и пологидальное магнитное поле должны заметно спадать к периферии течения. Соответственно, необходимо учитывать и зависимость величины  $\sigma_M$  (а значит, и параметра  $\varepsilon$ ) от расстояния до оси. Это может привести к существенному изменению яркостной температуры. Еще один фактор, который также может количественно повлиять на полученные результаты, связан с синхротронными потерями. В Приложении мы обсуждали потери

частиц, энергии которых соответствуют наблюдаемым частотам  $\sim 10$  ГГц. Понятно, однако, что для достаточно больших энергий излучающих частиц потери энергии будут существенными, что приведет к изменению высокоэнергетичной части спектра. В свою очередь, при сохранении поперечного адиабатического инварианта при больших  $z$  эта область спектра уже будет соответствовать наблюдаемым частотам. Не исключено, что этот эффект может объяснить значения  $a > 4$ , наблюдаемые у ряда источников. Наконец, в этой работе мы не обсуждали низкочастотное самопоглощение, которое также может существенно повлиять на наблюдаемую яркостную температуру джетов.

Авторы выражают благодарность Е. Кравченко, М. Лисакову, А. Лобанову и И. Пашенко за полезное обсуждение. Мы благодарим также двух анонимных рецензентов, критические замечания которых способствовали уточнению аргументации нашей модели и позволили устранить ряд неточностей. Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 20-02-00469).

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Выше неявно предполагалось, что можно пренебречь синхротронными потерями излучающих частиц. Здесь мы покажем, что это предположение действительно выполнено. Для этого определим величину  $\epsilon$  в системе покоя плазмы

$$\epsilon = \frac{(d\gamma'/dt')_{\text{syn}}}{(d\gamma'/dt')_{\text{inv}}}, \quad (33)$$

где производная

$$\left(\frac{d\gamma'}{dt'}\right)_{\text{syn}} = \frac{2}{3} \frac{e^4 h^2}{m_e^3 c^5} \gamma^2 \quad (34)$$

соответствует синхротронным потерям при  $\chi = 90^\circ$ , а для любых степенных зависимостей  $h$  от  $z$

$$\left(\frac{d\gamma'}{dt'}\right)_{\text{inv}} \approx \frac{\Gamma c \gamma'}{z}. \quad (35)$$

Здесь мы для простоты подставили  $dt = \Gamma dt'$  и  $cdt = dz$ . В итоге получаем

$$\epsilon \approx \frac{\omega_h^2 r_e z \gamma'}{\Gamma c^2}, \quad (36)$$

где  $\omega_h = eh/m_e c$ . Для оценки этой величины необходимо помнить о том, что нас интересуют наблюдения на фиксированной частоте  $\nu \approx \omega_h (\gamma')^2 \Gamma$ , и поэтому

$$\epsilon \propto z h^{3/2}(z) \Gamma^{-3/2}(z). \quad (37)$$

В итоге получаем в области до излома  $x < 1/\sqrt{2\epsilon}$  (и в пренебрежении зависимости от  $\Gamma$ )

$$\epsilon_{\text{conus}} \propto z^{-2}, \quad (38)$$

$$\epsilon_{\text{parabolic}} \propto z^{-1/2}. \quad (39)$$

Как мы видим, в обоих случаях параметр  $\epsilon$  уменьшается с ростом  $z$ . С другой стороны, для  $\nu = 15$  ГГц

$$\epsilon(R_L) \sim 1 \left(\frac{B_L}{10^2 \text{ Гц}}\right)^{3/2} \left(\frac{R_L}{10^{15} \text{ см}}\right). \quad (40)$$

Так что синхротронными потерями в рассматриваемой нами области можно пренебречь.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асада, Накамура (K. Asada and M. Nakamura), *Atrophys. J. Lett.* **745**, L28 (2012).
2. Бачко и др. (A.-K. Bacsko, R. Schulz, M. Kadler, E. Ros, M. Perucho, C.M. Fromm, and J. Wilms), *Astron. Astrophys.* **623**, A27 (2019).
3. Бегельман М.К., Блендфорд Р.Д., Рис М.Дж., *Физика внегалактических источников радиоизлучения* (М.: Мир, 1987) [M.C. Begelman, R.D. Blandford, and M.J. Rees, *Rev. Mod. Phys.* **56**, 255 (1984)].
4. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1989).
5. Бескин В.С., *Успехи физ. наук* **180**, 1241 (2010) [V.S. Beskin, *Phys. Uspekhi* **53**, 1199 (2010)].
6. Бескин В.С., *Осесимметричные стационарные течения в астрофизике* (М.: Физматлит, 2006) [V.S. Beskin, *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects* (Heidelberg, Springer, 2010)].
7. Блендфорд (R. Blandford), *MNRAS* **176**, 468 (1976).
8. Боговалов (S.V. Bogovalov), *MNRAS* **443**, 2197 (2014).
9. Боккарди и др. (B. Boccardi, M. Perucho, C. Casadio, P. Grandi, D. Macconi, E. Torresi, S. Pellegrini, T.P. Krichbaum, M. Kadler, G. Giovannini, V. Karamanavis, L. Ricci, E. Madika, U. Bach, E. Ros, M. Giroletti, and J.A. Zensus), *Astron. Astrophys.* **647**, A67 (2021).
10. Бурд и др. (P.R. Burd, M. Kadler, K. Mannheim, A.-K. Bacsko, J. Ringholz, and E. Ros), *Astron. Astrophys.* **660**, A1 (2022).
11. Бутузова, Пушкарев (M.S. Butuzova and A.B. Pushkarev), *MNRAS* **520**, 6335 (2023).
12. Габузда и др. (D.C. Gabuzda, N. Roche, A. Kirwan, S. Knuettel, M. Nagle, and C. Houston), *MNRAS* **472**, 1792 (2017).
13. Гомез и др. (J.L. Gomez, A.P. Lobanov, G. Bruni, Y.Y. Kovalev, A.P. Marscher, S.G. Jorstad, Yo. Mizuno, U. Bach, R.V. Sokolovsky, J.M. Anderson, P. Galindo, N.S. Kardashev, and M.M. Lisakov), *Astrophys. J.* **817**, 96 (2016).

14. Девис, Чеховской (S.W. Davis and A.D. Tchekhovskoy), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **58**, 407 (2021).
15. Железняков В.В., *Излучение в астрофизической плазме* (М.: Янус-К, 1997).
16. Истомина, Парьев (Ya.N. Istomin and V.I. Pariev), *MNRAS* **281**, 1 (1996).
17. Кадлер и др. (M. Kadler, E. Ros, A.P. Lobanov, H. Falcke, and J.A. Zensus), *Astron. Astrophys.* **426**, 481 (2004).
18. Ковалев и др. (Y.Y. Kovalev, K.I. Kellermann, M. Lister, D.C. Homan, R.C. Vermeulen, M.H. Cohen, E. Ros, M. Kadler, A.P. Lobanov, J.A. Zensus, N.S. Kardashev, L.I. Gurvits, M.F. Aller, and H.D. Aller), *Astron. J.* **130**, 2473 (2005).
19. Ковалев и др. (Y.Y. Kovalev, A.V. Pushkarev, E.E. Nokhrina, A.V. Plavin, V.S. Beskin, A.V. Chernoglazov, M.L. Lister, and T. Savolainen), *MNRAS* **495**, 3576 (2020).
20. Комиссаров, Порт (S. Komissarov and O. Porth), *New Astron. Rev.* **92**, 101610 (2021).
21. Кравченко и др. (E.V. Kravchenko, Y.Y. Kovalev, and K.V. Sokolovsky), *MNRAS* **467**, 83 (2017).
22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., *Теория поля* (М.: Наука, 1973).
23. Лобанов, Цензус (A.P. Lobanov and J.A. Zensus), *Astrophys. J.* **521**, 509 (1999).
24. Лобанов и др. (A.P. Lobanov, T.P. Krichbaum, D.A. Graham, A. Witzel, A. Kraus, J.A. Zensus, S. Britzen, A. Greve, and M. Grewing), *Astron. Astrophys.* **364**, 391 (2000).
25. Лютиков и др. (M. Lyutikov, V.I. Pariev, and R.D. Blandford), *Astrophys. J.* **597**, 998 (2003).
26. Лютиков и др. (M. Lyutikov, V.I. Pariev, and D. Gabuzda), *MNRAS* **360**, 869 (2005).
27. Майкель (F.C. Michel), *Astrophys. J.* **158**, 727 (1969).
28. Майкель (F.C. Michel), *Astrophys. J.* **180**, L133 (1973).
29. МакКинни и др. (J.C. McKinney, A. Tchekhovskoy, and R. Blandford), *MNRAS* **423**, 3083 (2012).
30. Маршер (A.P. Marscher), *Astrophys. J.* **235**, 386 (1980).
31. Маршер, Гир (A.P. Marscher and W.K. Gear), *Astrophys. J.* **298**, 114 (1985).
32. Мошчибродска и др. (M. Mościbrodzka, C.F. Gammie, J.C. Dolence, and H. Shiokawa), *Astrophys. J.* **735**, 9 (2011).
33. Наир и др. (D.G. Nair, A.P. Lobanov, T.P. Krichbaum, E. Ros, J.A. Zensus, Y.Y. Kovalev, S.-S. Lee, F. Mertens, Yo. Hagiwara, M. Bremer, M. Lindqvist, and P. de Vicente), *Astron. Astrophys.* **622**, A92 (2019).
34. Нохрина и др. (E.E. Nokhrina, V.S. Beskin, Y.Y. Kovalev, and A.A. Zheltoukhov), *MNRAS* **447**, 2726 (2015).
35. Пак и др. (J. Park, K. Hada, M. Nakamura, K. Asada, G. Zhao, and M. Kino), *Astrophys. J.* **909**, 76 (2021).
36. Парьев и др. (V.I. Pariev, Ya.N. Istomin, and A.P. Beresnyak), *Astron. Astrophys.* **403**, 805 (2003).
37. Пеллетье, Пудриц (G. Pelletier and R.E. Pudritz), *Astrophys. J.* **394**, 117 (1992).
38. Порт и др. (O. Porth, Ch. Fendt, Z. Meliani, and B. Vaidya), *Astrophys. J.* **737**, 42 (2011).
39. Прокофьев и др. (V.V. Prokofiev, L.I. Arzamasskiy, and V.S. Beskin), *MNRAS* **454**, 2146 (2015).
40. Соколовский и др. (K.V. Sokolovsky, Y.Y. Kovalev, A.V. Pushkarev, and A.P. Lobanov), *Astron. Astrophys.* **532**, A38 (2011).
41. Урри, Падовани (C.M. Urry and P. Padovani), *Publ. Astron. Soc. Pacific* **107**, (1995).
42. Хейвертс, Норман (J. Heyvaerts and J. Norman), *Astrophys. J.* **347**, 1055 (1989).
43. Чеховской и др. (A. Tchekhovskoy, J.C. McKinney, and R. Narayan), *MNRAS* **388**, 551 (2008).
44. Юниор, Биретта (W. Junor and J.A. Biretta), *Astron. J.* **109**, 500 (1995).