

УДК 524.3-17,3-43

О ВЛИЯНИИ УГЛОВОГО МОМЕНТА АККРЕЦИРУЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ В РЕЖИМЕ МЕДЛЕННОГО ОСЕДАНИЯ И ПРИ АККРЕЦИИ БОНДИ–ХОЙЛА

© 2013 г. Л. И. Арзамасский*, В. С. Бескин**

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва
Московский физико-технический институт, Долгопрудный

Поступила в редакцию 15.07.2013 г.

В рамках идеальной гидродинамики рассмотрены ранее не исследованные режимы аккреции, связанные с вращением аккрецирующего вещества, а именно возмущения квазисферического течения в режиме медленного оседания, а также аккреция Бонди–Хойла при наличии осевого вращения. Для аккреции в режиме медленного оседания показано, что возмущения достаточно быстро растут при приближении к гравитирующему центру, так что во внутренних областях течение уже нельзя считать квазисферическим. Для аккреции же Бонди–Хойла показано, что на больших расстояниях от гравитирующего центра вблизи оси течения образуется вакуумная цилиндрическая полость. При этом скорость течения вне этой полости практически не зависит от расстояния до оси вращения.

Ключевые слова: аккреция, идеальная гидродинамика.

DOI: 10.7868/S0320010813120012

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос об аккреции вещества на компактный объект (нейтронную звезду, на которую происходит перетекание газа со звезды-компаньона в рентгеновских источниках; черную дыру, представляющую собой “центральную машину” в активных галактических ядрах и квазарах) является классической задачей современной астрофизики (см., Шапиро, Тьюколски, 1985; Липунов, 1987; Бисноватый–Коган, 1989, и указанную там литературу). При этом аналитический подход, фундамент которого был заложен еще в середине двадцатого века (Бонди, Хойл, 1944; Бонди, 1952), начиная с восьмидесятых годов начал по естественным причинам вытесняться работами по численному моделированию (Хант, 1979; Петрич и др., 1989; Руфферт, Арнет, 1994; Торопин и др., 1999; Торопина и др., 2012). Аналитические же решения были найдены лишь в исключительных случаях (Бисноватый–Коган и др., 1979; Петрич и др., 1988; Андерсон, 1989; Бескин, Пидопрыгора, 1995; Бескин, Мальшкин, 1996; Парьев, 1996).

Необходимо подчеркнуть, что в последнее время центр тяжести работ сместился в область магнитной гидродинамики, в рамках которой стано-

вится возможным адекватно учитывать турбулентные процессы, связанные с магнитным пересоединением, магниторотационной неустойчивостью и т.д. (Бальбус, Холи, 1991; Бранденбург, Соколов, 2002; Кролик, Холи, 2002). Однако, по нашему мнению, до сих пор недостаточно исследованными остаются некоторые важные режимы аккреции, которые при этом достаточно просты, чтобы их основные свойства можно было описывать аналитически в рамках идеальной гидродинамики. Сюда можно отнести эффекты, связанные с наличием углового момента в режиме медленного оседания, а также для аккреции Бонди–Хойла. Такое дополнительное вращение естественно возникает в двойных системах, когда, например, нейтронная звезда взаимодействует со звездным ветром своего компаньона, а также при движении гравитирующего центра в турбулентной среде, обладающей значительной завихренностью. Исследованию подобных течений и посвящена настоящая статья.

В первой части сформулированы основные уравнения идеальной стационарной осесимметричной гидродинамики, сводящиеся, как хорошо известно, к одному уравнению второго порядка на функцию потока. Далее, во второй части рассмотрена аккреция в режиме медленного оседания. Показано, что при наличии углового момента нерадиальные возмущения скорости достаточно быстро растут при приближении к гравитирующему

* Электронный адрес: lev.arzamasskiy@phystech.edu

** Электронный адрес: beskin@lpi.ru

центру, так что во внутренних областях течение уже нельзя считать квазисферическим. Наконец, третья часть посвящена аккреции Бонди–Хойла. Показано, что при наличии осевого вращения на больших расстояниях от гравитирующего центра вблизи оси течения образуется вакуумная цилиндрическая полость. При этом скорость течения вне этой полости практически не зависит от расстояния до оси вращения.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как известно (Гудерлей, 1960; Мизес, 1961), для описания осесимметричных стационарных гидродинамических течений в качестве неизвестной величины удобно использовать функцию потока $\Phi(r, \theta)$, связанную с полоидальной скоростью вещества \mathbf{v}_p соотношением

$$\mathbf{v}_p = \frac{\nabla\Phi \times \mathbf{e}_\varphi}{2\pi n_p r_\perp}, \quad (1)$$

где n_p — концентрация частиц, а $r_\perp = r \sin \theta$ — цилиндрический радиус. В настоящее время этот подход обычно называют методом уравнения Грэда–Шафранова (см., например, Бескин, 2005). В рамках этого подхода уравнение Эйлера сводится к одному уравнению второго порядка в частных производных на функцию потока $\Phi(r, \theta)$. В компактной форме (и для нерелятивистских течений, которые везде и будут рассматриваться в дальнейшем) оно может быть записано как

$$-r_\perp^2 \nabla_k \left(\frac{1}{r_\perp^2 n_p} \nabla^k \Phi \right) - 4\pi^2 n_p L \frac{dL}{d\Phi} + \quad (2)$$

$$+ 4\pi^2 r_\perp^2 n_p \frac{dE}{d\Phi} - 4\pi^2 r_\perp^2 n_p \frac{T}{m_p} \frac{ds}{d\Phi} = 0.$$

Здесь m_p — масса частиц, а T — температура. Уравнение (2) представляет собой баланс сил в направлении, перпендикулярном линиям тока вещества.

Далее энергия

$$E(\Phi) = \frac{v^2}{2} + w + \varphi_g, \quad (3)$$

где w есть энтальпия, а $\varphi_g = -GM/r$ — гравитационный потенциал, а также угловой момент

$$L(\Phi) = r_\perp v_\varphi \quad (4)$$

и энтропия $s(\Phi)$ являются интегралами движения, т.е. они постоянны на линиях тока и, следовательно, могут быть рассмотрены как функции потока Φ . Их конкретный вид должен определяться из граничных условий.

Уравнение Грэда–Шафранова (2) должно быть дополнено уравнением Бернулли (3), которое теперь может быть переписано в виде

$$\frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi^2 n_p^2 r_\perp^2} + \frac{L^2}{2r_\perp^2} + w - \frac{GM}{r} = E. \quad (5)$$

Ниже, для простоты, мы будем пользоваться политропным уравнением состояния

$$P = k(s) n_p^\Gamma, \quad (6)$$

где Γ — показатель политропы, а $k(s)$ зависит только от энтропии s . В этом случае скорость звука является функцией концентрации n_p и выражается через нее как

$$c_s^2 = \frac{1}{m_p} \Gamma k(s) n_p^{\Gamma-1}. \quad (7)$$

Соответственно, при $\Gamma \neq 1$ энтальпия может быть представлена в виде

$$w = \frac{c_s^2}{\Gamma - 1}. \quad (8)$$

АККРЕЦИЯ В РЕЖИМЕ МЕДЛЕННОГО ОСЕДАНИЯ

Рассмотрим задачу об аккреции вещества в режиме медленного оседания. Этот режим соответствует дозвуковому течению вплоть до гравитирующего центра. При этом в уравнении Бернулли (3) вклад первого слагаемого, связанного с кинетической энергией вещества, предполагается малым, так что во внутренних областях можно положить

$$\frac{c_s^2}{\Gamma - 1} \approx \frac{GM}{r}. \quad (9)$$

Если угловой момент аккрецирующего вещества достаточно мал, так что $v_\varphi \ll v_p$ во всей области течения, то естественно предположить, что структура течения будет слабо отличаться от сферически-симметричного случая. Поэтому решение нашей задачи можно искать в виде

$$\Phi(r, \theta) = \Phi_0 [1 - \cos \theta + \varepsilon_L^2 f(r, \theta)], \quad (10)$$

где последнее слагаемое является поправкой к сферически-симметричному течению. Что же касается малого параметра ε_L^2 , то он будет определен чуть позже.

Определим теперь условия на внешней границе течения. Поскольку течение предполагается дозвуковым, то нам потребуется пять граничных условий. Три из них, а именно две термодинамические функции и радиальную скорость v_r можно выбрать из нулевого сферически-симметричного

приближения. Поэтому на внешней границе $r = R$ мы положим

$$T(R, \theta) = T_R, \quad (11)$$

$$n_p(R, \theta) = n_R, \quad (12)$$

$$v_r(R, \theta) = v_R. \quad (13)$$

Далее будем считать, что при наличии медленного вращения температура T_R , концентрация n_R и меридиональная скорость v_θ при $r = R$ не изменятся, а газ будет вращаться как единое целое с угловой скоростью Ω . В этом случае можно записать

$$v_\varphi(R, \theta) = \Omega R \sin \theta, \quad (14)$$

$$v_\theta(R, \theta) = 0. \quad (15)$$

Тогда

$$L(\Phi) = Rv_\varphi \sin \theta = L_0 \sin^2 \theta, \quad (16)$$

$$E(\Phi) = E_0 + \frac{1}{2}m_p v_\varphi^2 = E_0 + \frac{L_0^2}{2R^2} \sin^2 \theta, \quad (17)$$

где $L_0 = \Omega R^2$, а E_0 есть значение интеграла Бернулли при отсутствии вращения. Соответственно полный темп аккреции $\Phi_{\text{tot}} = 2\Phi_0$ будет равен

$$\Phi_{\text{tot}} = 4\pi m_p n_r v_R R^2. \quad (18)$$

В результате, после линеаризации по малому параметру ε_L и в пределе малых скоростей $v_p \ll c_s$, уравнение (2) можно переписать как

$$-\varepsilon_L^2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{GM}{r^2 c_0^2} \frac{\partial f}{\partial r} \right] = \frac{L_0^2}{r^2 v_0^2} \left(\frac{2}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right) \sin^2 \theta \cos \theta, \quad (19)$$

где $v_0(r)$ и $c_0(r)$ суть полоидальная скорость и скорость звука невозмущенного сферически-симметричного течения. Как мы видим, малым параметром нашей задачи будет величина

$$\varepsilon_L = \frac{\Omega R}{v_R}. \quad (20)$$

Разлагая теперь функцию $f(r, \theta)$ в ряд по собственным функциям $Q_m(\theta)$ углового оператора $\hat{\mathcal{L}}_\theta = \sin \theta \partial / \partial \theta [(1/\sin \theta) \partial / \partial \theta]$

$$f(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} g_m(r) Q_m(\theta), \quad (21)$$

где (см. Бескин, 2005) $Q_0 = (1 - \cos \theta)$, $Q_1 = \sin^2 \theta$, $Q_2 = \sin^2 \theta \cos \theta$ и т.д., и подставляя этот ряд в уравнение (19), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно радиальных функций $g_m(r)$:

$$-r^2 \frac{d^2 g_m}{dr^2} - \frac{1}{(\Gamma - 1)} r \frac{dg_m}{dr} - \quad (22)$$

$$-q_m g_m = 0, \quad m \neq 2,$$

$$-r^2 \frac{d^2 g_m}{dr^2} - \frac{1}{(\Gamma - 1)} r \frac{dg_m}{dr} + \quad (23)$$

$$+ 6g_m = \frac{v_R^2}{v_0^2} \left(2 \frac{R^2}{r^2} - 1 \right), \quad m = 2.$$

Здесь $q_m = -m(m+1)$ — собственные числа оператора $\hat{\mathcal{L}}_\theta$ и мы использовали также соотношение (9). Воспользовавшись теперь определением (1) и граничными условиями (14)–(15), получаем, что все радиальные функции должны удовлетворять условиям

$$g_m(R) = 0, \quad (24)$$

$$\left. \frac{dg_m}{dr} \right|_{r=R} = 0. \quad (25)$$

В результате отличной от нуля оказывается только радиальная функция $g_2(r)$, для которой уравнение (23) приобретает вид

$$r^2 g_2'' + \frac{1}{\Gamma - 1} r g_2' - 6g_2 = -2K \left(\frac{r}{R} \right)^\alpha + K \left(\frac{r}{R} \right)^{\alpha+2}, \quad (26)$$

где

$$K = (\Gamma - 1)^{2/(\Gamma-1)} \left(\frac{GM}{c_R^2 R} \right)^{2/(\Gamma-1)} \quad (27)$$

и

$$\alpha = \frac{2(\Gamma - 2)}{\Gamma - 1}. \quad (28)$$

В итоге, решение уравнения (26) с учетом граничных условий (24)–(25) можно представить в виде

$$g_2 = C_1 \left(\frac{r}{R} \right)^{\lambda_1} + C_2 \left(\frac{r}{R} \right)^{\lambda_2} + K_1 \left(\frac{r}{R} \right)^\alpha + K_2 \left(\frac{r}{R} \right)^{\alpha+2}, \quad (29)$$

где

$$\lambda_{1,2} = \frac{(\Gamma - 2) \pm \sqrt{(\Gamma - 2)^2 + 24(\Gamma - 1)^2}}{2(\Gamma - 1)} \quad (30)$$

и

$$C_1 = K \frac{\alpha + 4 - \lambda_1}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\alpha - \lambda_1)(\alpha + 2 - \lambda_2)}, \quad (31)$$

$$C_2 = -K \frac{\alpha + 4 - \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\alpha - \lambda_2)(\alpha + 2 - \lambda_1)}, \quad (32)$$

$$K_1 = -\frac{2K}{(\alpha - \lambda_1)(\alpha - \lambda_2)}, \quad (33)$$

$$K_2 = \frac{K}{(\alpha + 2 - \lambda_1)(\alpha + 2 - \lambda_2)}. \quad (34)$$

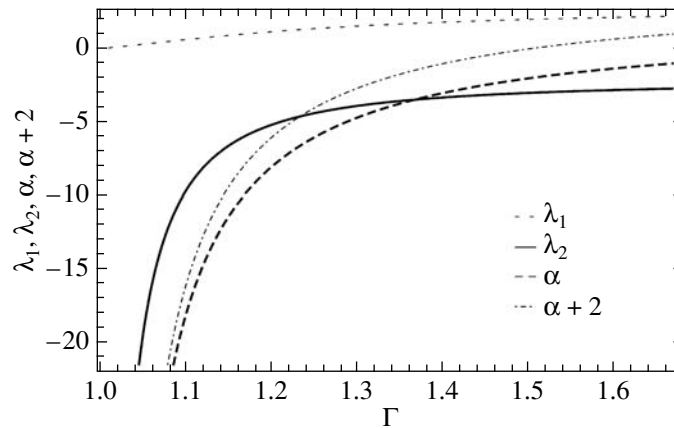


Рис. 1. Зависимость степеней λ_1 , λ_2 и α от Γ . Выделены ведущие степени, определяющие рост возмущений при приближении к гравитирующему центру.

Зависимость степеней λ_1 , λ_2 и α от Γ

Γ	1.01	1.1	1.2	4/3	1.366	1.4	1.5	1.6	5/3
λ_1	0.06	0.62	1.16	1.65	1.73	1.81	2.00	2.14	2.21
λ_2	-99.1	-9.62	-5.16	-3.65	-3.46	-3.31	-3.00	-2.81	-2.71
α	-198	-18.0	-8.00	-4.00	-3.46	-3.00	-2.00	-1.33	-1.00

На рис. 1 показано изменение степеней λ_1 , λ_2 и α в зависимости от индекса политропы Γ ; соответствующие графику числовые значения представлены в таблице. Как видим, при $\Gamma = 1.366$ происходит смена ведущих степеней с λ_2 на α . Однако при всех значениях $\Gamma < 5/3$ ведущие степени отрицательны и по модулю больше 2.7. Поэтому при малых радиусах r возмущения радиального течения должны быстро нарастать.

Например, для случая, рассмотренного в работе Шакуры и др. (2013), внешняя область течения определяется захватом звездного ветра нейтронной звездой, находящейся в двойной системе. В этом случае параметр K оказывается порядка единицы, а нижняя граница течения в режиме медленного оседания (определяемая размером магнитосферы) будет на два-три порядка меньше, чем внешний радиус течения R . Поскольку же скорость вращения в этой работе оценивается как несколько процентов от кеплеровской скорости $v_\varphi \approx 0.05(GM/r)^{1/2}$, а радиальная скорость v_R для режима медленного оседания должна быть по определению меньше скорости свободного падения, то параметр $\varepsilon_L = v_\varphi/v_R$ (20) оказывается порядка единицы. С другой стороны, уже на расстояниях, всего в 10 раз меньших R , возмущения увеличатся примерно в 1000 раз. Поэтому даже для малого параметра ε_L^2 порядка 0.01 во внутренних областях возмущения

$\varepsilon_L^2 g_2(r) \sin^2 \theta \cos \theta$ уже нельзя будет считать малымя, а аккрецию — квазисферической.

АККРЕЦИЯ БОНДИ–ХОЙЛА ПРИ НАЛИЧИИ ОСЕВОГО ВРАЩЕНИЯ

Рассмотрим теперь другой классический пример, а именно аккрецию Бонди–Хойла; естественно при этом перейти на систему отсчета, в которой гравитирующий центр покоится. Рассматриваемый здесь метод уравнения Грэда–Шафранова позволяет анализировать течения, у которых вращение аккрецирующего вещества происходит вокруг оси, вдоль которой движется гравитирующий центр. Как и в работе Бескина и Пидопригоры (1995), мы будем рассматривать случай дозвукового движения $v_\infty \ll c_\infty$, где v_∞ — скорость гравитирующего центра, а c_∞ — скорость звука среды на бесконечности. Так что первым малым параметром задачи будет их отношение

$$\varepsilon_1 = \frac{v_\infty}{c_\infty}. \quad (35)$$

Наличие малого параметра (35), как известно, позволяет построить аналитическое решение задачи (Бескин, 2005). В частности, радиус захвата R_c можно определить как

$$R_c \approx r_* \varepsilon_1^{-1/2}, \quad (36)$$

где

$$r_* = \frac{(5 - 3\Gamma) GM}{4 c_\infty^2} \quad (37)$$

есть радиус звуковой поверхности.

Предположим теперь, что набегающий поток обладает небольшим угловым моментом L . Понятно, что значимые возмущения будут сосредоточены лишь вблизи оси вращения, поскольку при таком режиме аккреции линии тока с угловым моментом L не могут приблизиться к оси вращения ближе, чем на расстояние

$$r = \sqrt{\frac{L^2}{2E}}. \quad (38)$$

Следовательно, нас будут интересовать лишь области вблизи сепаратрисы, разделяющей захваченные линии тока и линии тока, уходящие на бесконечность. Поэтому для простоты мы предположим, что все три интеграла движения, $E(\Phi)$, $L(\Phi)$ и $s(\Phi)$, вблизи сепаратрисы являются константами. Например, для углового момента L это означает, что в области натекания (и лишь вблизи сепаратрисы) $v_\varphi \propto r_\perp^{-1}$. В этом случае уравнение (2) принимает особенно простой вид

$$-r_\perp^2 \nabla_k \left(\frac{1}{r_\perp^2 n_p} \nabla^k \Phi \right) = 0. \quad (39)$$

При этом еще одним малым параметром задачи будет величина

$$\varepsilon_2 = \frac{v_\varphi(R_c)}{c_\infty}, \quad (40)$$

где тороидальная скорость v_φ берется на сепаратрисе в области натекания, т.е. при $r_\perp = R_c$. В результате вблизи сепаратрисы интегралы движения E и L будут иметь вид

$$E = \frac{c_\infty^2}{\Gamma - 1}, \quad (41)$$

$$L = \varepsilon_2 R_c c_\infty. \quad (42)$$

Понятно, что в отличие от предыдущей задачи, здесь разделение переменных невозможно. Поэтому мы ограничимся лишь анализом структуры течения вблизи оси вращения, где влияние малого углового момента оказывается существенным. Прежде всего рассмотрим асимптотическую область $r \rightarrow \infty$ вдоль течения, где гравитационный потенциал можно положить равным нулю. В этом случае уравнение Бернулли можно записать в виде

$$\frac{L^2}{2r_\perp^2} + \frac{\Gamma k(s) n_p^{\Gamma-1}}{\Gamma - 1} = \frac{\Gamma k(s) n_\infty^{\Gamma-1}}{\Gamma - 1}. \quad (43)$$

С другой стороны, уравнение (39) переписывается как

$$r_\perp \frac{d}{dr_\perp} \left[\frac{1}{r_\perp n_p(r_\perp)} \frac{d\Phi}{dr_\perp} \right] = 0. \quad (44)$$

Поскольку же при $r_\perp \rightarrow \infty$ мы можем положить $\Phi = \pi r_\perp^2 n_\infty v_\infty$, то в итоге получаем

$$\frac{d\Phi}{dr_\perp} = 2\pi r_\perp \left[1 - \left(\frac{r_\perp}{r_{\min}} \right)^{-2} \right]^{1/(\Gamma-1)} v_\infty n_\infty, \quad (45)$$

где

$$r_{\min} = \varepsilon_2 \left(\frac{\Gamma - 1}{2} \right)^{1/2} R_c \quad (46)$$

есть минимальное расстояние, на которое поток может приблизиться к оси вращения.

С другой стороны, пренебрегая производными по z и воспользовавшись уравнением (39), мы приходим к заключению, что

$$v_p = v_z = \text{const}, \quad (47)$$

т.е. полоидальная скорость течения не зависит от расстояния до оси. При этом сама величина v_p в асимптотически далекой области должна совпадать со скоростью натекания v_∞ . Наконец, из интеграла Бернулли (43) получаем

$$n_p = \left[1 - \left(\frac{r_\perp}{r_{\min}} \right)^{-2} \right]^{1/(\Gamma-1)} n_\infty, \quad (48)$$

то есть, при удалении от оси концентрация растет и выходит на постоянный уровень.

Рассмотрим теперь структуру течения в окрестности особой точки (т.е. точки, разделяющей потоки, уходящие на бесконечность и возвращающиеся к гравитирующему центру, см. рис. 2). Вблизи этой точки уравнение Грэда–Шафранова по-прежнему будет определяться уравнением (39). Что же касается уравнения Бернулли, то оно в данном случае принимает вид

$$\frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi^2 r_\perp^2 n_p^2} + \frac{L^2}{2r_\perp^2} + \frac{c_s^2}{\Gamma - 1} - \frac{GM}{r} = E. \quad (49)$$

Понятно, что вблизи особой точки должны обращаться в нуль как концентрация n_p , так и полоидальная скорость v_p . Поэтому будем искать решение уравнения (39) в виде

$$n_p(r_\perp, z) = A[r_\perp - r_0(z)]^n; \quad (50)$$

$$\Phi(r_\perp, z) = B[r_\perp - r_0(z)]^m [z - z_0(r_\perp)], \quad (51)$$

где r_0 и z_0 суть координаты особой точки, A и B — некоторые размерные константы, а m и n — показатели степени, которые должны быть больше

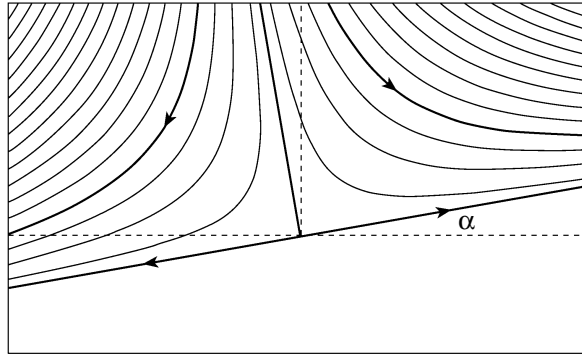


Рис. 2. Структура течения вблизи особой точки. На малых расстояниях от оси находится вакуумная полость. На больших же расстояниях течение разделяется на две части. Вещество слева от сепаратрисы движется в одну сторону, справа от нее — в другую.

нуля. При этом z_0 естественно считать много большим r_0 . После подстановки этих функций в (39), получаем

$$\begin{aligned} & [r_{\perp} - r_0(z)]^{m-n-2} [z - z_0(r_{\perp})] \times \\ & \times \left[m(m-n-1) - nmr'_0(z) + \right. \\ & \quad \left. + m(m-1)(r'_0(z))^2 \right] + \\ & + [r_{\perp} - r_0(z)]^{m-n-1} \left[-m/r_{\perp} \times \right. \\ & \quad \times (z - z_0(r_{\perp})) + nz'_0(r_{\perp}) - 2mz'_0(r_{\perp}) + \\ & \quad \left. + nr'_0(z) - 2mr'_0(z) - m[z - z_0(r_{\perp})]r''_0(z) \right] + \\ & + [r_{\perp} - r_0(z)]^{m-n} \left[\frac{z'_0(r_{\perp})}{r_{\perp}} - z''_0(r_{\perp}) \right] = 0. \end{aligned} \quad (52)$$

В окрестности особой точки, т.е. при $r_{\perp} \rightarrow r_0(z)$, $z \rightarrow z_0(r_{\perp})$, существенный вклад в сумму (52) будут давать только первые два слагаемых. Поэтому мы можем написать

$$m(m-n-1) + m(m-n-1)(r'_0(z))^2 = 0, \quad (53)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{m(z - z_0(r_{\perp}))}{r_{\perp}} + nz'_0(r_{\perp}) - 2mz'_0(r_{\perp}) + \\ & + nr'_0(z) - 2mr'_0(z) - m(z - z_0(r_{\perp}))r''_0(z) = 0, \end{aligned} \quad (54)$$

где штрихи означают производные по соответствующему аргументу. В результате, уравнение (53) дает

$$m - n - 1 = 0. \quad (55)$$

Условие же первого порядка в (53) можно переписать как

$$r'_0(z) + z'_0(r_{\perp}) = 0. \quad (56)$$

Это эквивалентно тому, что линии $r_0(z)$ и $z_0(r_{\perp})$ перпендикулярны друг другу. Поэтому вблизи особой точки мы можем положить

$$r_0(z) = r_0 + \alpha(z - z_0), \quad (57)$$

$$z_0(r_{\perp}) = z_0 - \alpha(r_{\perp} - r_0). \quad (58)$$

Перейдем теперь к анализу уравнения Бернулли. Для удобства введем обозначения

$$\Delta r_{\perp} = r_{\perp} - r_0(z), \quad (59)$$

$$\Delta z = z - z_0(r_{\perp}). \quad (60)$$

Тогда для величин r_{\perp} и z можно получить выражения

$$r_{\perp} = r_0 + \frac{\Delta r_{\perp} + \alpha \Delta z}{1 + \alpha^2}, \quad (61)$$

$$z = z_0 + \frac{\Delta z - \alpha \Delta r_{\perp}}{1 + \alpha^2}. \quad (62)$$

Рассматривая теперь в уравнении (49) члены нулевого и первого порядка по Δr_{\perp} и Δz , получаем

$$\frac{L^2}{2r_0^2} - \frac{GM}{z_0} = \frac{c_{\infty}^2}{\Gamma - 1}, \quad (63)$$

$$-\frac{\alpha L^2}{r_0^3} + \frac{GM}{z_0^2} = 0, \quad (64)$$

$$-\frac{GM}{\alpha z_0^2} + k(s) \frac{1}{m_p} \frac{\Gamma}{\Gamma - 1} A^{\Gamma-1} = 0. \quad (65)$$

Прежде всего, легко показать, что в уравнении (63) вклад гравитационного члена имеет порядок малости $\varepsilon_1^{1/2}$, и мы в дальнейшем будем им пренебрегать. В результате соотношение (64) дает

$$\alpha \approx \varepsilon_1^{1/2} \varepsilon_2. \quad (66)$$

Поэтому наклон границы $r_0(z)$ к оси течения оказывается очень малым. При этом координата особой точки r_0 будет мало отличаться от r_{\min} (46). Далее, из уравнения (65) находим

$$A \approx n_{\infty} r_*^{-1/(\Gamma-1)}. \quad (67)$$

Наконец, слагаемые в уравнении (65) будут соответствовать коэффициентам при одинаковых степенях Δz лишь при условии

$$n = \frac{1}{\Gamma - 1}. \quad (68)$$

Мы видим, что с учетом соотношения (55) величина A и показатель степени n находятся в соответствии с выражением (48). Структуру течения вблизи особой точки можно понять из рис. 2.

В заключение приведем без вывода выражения для самых внутренних, сверхзвуковых областей течения $r \ll r_* \approx GM/c_\infty^2$. Для достаточно малых угловых моментов, когда аккрецирующая плазма не может проникнуть лишь в узкую квазицилиндрическую область с расстоянием от оси $r_{\min} \ll r$, величина r_{\min} может быть представлена в виде

$$r_{\min} \approx \varepsilon_2 \varepsilon_1^{-1/2} r_* \left(\frac{r}{r_*} \right)^{3(\Gamma-1)/4}. \quad (69)$$

Как видим, подобное решение может быть реализовано лишь при условии $\varepsilon_2 < \varepsilon_1^{1/2}$. Иначе в рассматриваемом нами случае идеальной гидродинамики течение не сможет приблизиться к оси вращения на расстояние, меньшее радиуса звуковой поверхности r_* .

Далее, при $r_{\min} \ll r_\perp < r$ решение должно совпадать с невозмущенным (т.е. практически цилиндрическим) сверхзвуковым течением со скоростью аккреции $v_p^{(0)}(r) \approx (2GM/r)^{1/2}$. При этом, благодаря уравнению (44), пологидальная скорость $v_p(r, r_\perp)$, как и для уходящего потока, не будет зависеть от расстояния от оси r_\perp . Соответственно, плотность частиц n_p будет даваться соотношением, подобным (48)

$$n_p(r, r_\perp) = \left[1 - \left(\frac{r_\perp}{r_{\min}} \right)^{-2} \right]^{1/(\Gamma-1)} n_\infty(r), \quad (70)$$

где теперь, однако, плотность частиц $n_\infty(r) \approx n_*(r/r_*)^{-3/2}$ зависит от расстояния до гравитирующего центра.

В качестве иллюстрации приведем оценки для случая, когда компактный объект (нейтронная звезда, черная дыра) движется сквозь турбулентную ячейку межзвездного облака с температурой порядка 100–1000 К. Тогда скорость звука в них будет составлять примерно 10^4 – 10^5 см/с. Тангенциальная же скорость вещества на границе для типичного облака составляет 10^6 см/с (Хоредт, 1982). Если взять скорость облака по направлению к гравитирующему центру равной 10 км/с, то параметры задачи будут равны:

$$\varepsilon_1 \sim 1; \quad \varepsilon_2 \sim 10. \quad (71)$$

Как видим, в этом случае эти параметры могут быть достаточно большими. А это значит, что структура течения действительно может существенно меняться при наличии углового момента у аккрецирующего вещества. Например, при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ радиус захвата оказывается равным расстоянию до звуковой поверхности, а радиус вакуумной полости совпадает с этим значением по порядку величины. Понятно, что последовательное сравнение предсказаний теории и наблюдений требует отдельного исследования, которое выходит за рамки настоящей работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, как было показано выше, наличие даже небольшого углового момента у аккрецирующего вещества может качественно изменить структуру течения как в режиме медленного оседания, так и при аккреции Бонди–Хойла. Поэтому эффекты, связанные с вращением аккрецирующего вещества, могут существенно повлиять на общую картину явлений, обсуждаемую при анализе аккреции на компактные астрофизические объекты.

Конечно, рассмотренные выше простые решения уравнений идеальной гидродинамики не могут описать весь спектр явлений, связанный с существованием осевого вращения аккрецирующего вещества и обусловленные, например, турбулентностью или же влиянием магнитного поля. Использование политропного уравнения состояния при плотностях газа, стремящихся к нулю, также является слабым местом рассмотренного выше подхода. Тем не менее, на наш взгляд, рассмотренные выше простые примеры могут быть использованы в качестве первого шага, позволяющего судить о том, как вращение аккрецирующего вещества изменяет структуру течения в хорошо известных случаях медленного оседания или же при аккреции Бонди–Хойла.

Авторы благодарят Г.М. Бескина, К.А. Постнова и А.А. Филиппова за полезное обсуждение. Работа была поддержана ФЦП Министерства образования и науки, соглашения 14.А18.21.0790 и 14.В37.21.0915.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андерсон (M. Anderson), MNRAS **239**, 19 (1989).
2. Бальбус, Холи (S.A. Balbus and J.F. Hawley), Astrophys. J. **376**, 214 (1991).
3. Бескин В.С., *Осесимметричные стационарные течения в астрофизике* (М.: Физматлит, 2005).
4. Бескин В.С., Малышкин Л.М., Письма Астроном. журн. **22**, 532 (1996) [V.S. Beskin, L.M. Malyshekin, Astron. Lett. **22**, 475 (1996)].
5. Бескин В.С., Пидопрыгора Ю.Н., ЖЭТФ **107**, 1025 (1995).

6. Бисноватый-Коган Г.С., *Физические вопросы теории звездной эволюции* (М.: Наука, 1989).
7. Бисноватый-Коган Г.С., Каждан Я.М., Клыпин А.А. и др., *Астроном. журн.* **56**, 359 (1979).
8. Бонди (H. Bondi), *MNRAS* **112**, 195 (1952).
9. Бонди, Хойл (H. Bondi and F. Hoyle), *MNRAS* **104**, 273 (1944).
10. Бранденбург, Соколов (A. Brandenburg and D.D. Sokoloff), *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **96**, 319 (2002).
11. Гудерлей К.Г., *Теория околосзвуковых течений* (М.: Изд-во иностранной литературы, 1960).
12. Кролик, Холи (J. Krolík and J.F. Hawley), *Astrophys. J.* **573**, 754 (1991).
13. Липунов В.М., *Астрофизика нейтронных звезд* (М.: Наука, 1987).
14. Мизес Р., *Математическая теория течений сжимаемой жидкости* (М.: Изд-во иностранной литературы, 1961).
15. Парьев (V.I. Pariev), *MNRAS* **283**, 1264 (1996).
16. Петрич и др. (L.I. Petrich, S. Shapiro, and S. Teukolsky), *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1781 (1988).
17. Петрич и др. (L.I. Petrich, S. Shapiro, R.F. Stark, and S. Teukolsky), *Astrophys. J.* **336**, 313 (1989).
18. Руфферт, Арнетт (M. Ruffert and D. Arnett), *Astron. Astrophys.* **346**, 861 (1994).
19. Торопин и др. (Yu.M. Toropin, O.D. Toropina, V.V. Saveliev, et al.), *Astrophys. J.* **593**, 472 (1999).
20. Торопина и др. (O.D. Toropina, M.M. Romanova, and R.V.D. Lovelace), *MNRAS* **420**, 810 (2012).
21. Шакура Н.И., Постнов К.А., Кочеткова А.Ю., Ялмасдоттер Л., *Успехи физ. наук* **183**, 337 (2013).
22. Хант (R. Hunt), *MNRAS* **198**, 83 (1979).
23. Хоредт (G.P. Horedt), *Astron. Astrophys.* **106**, 29 (1982).
24. Шапиро С., Тьюколски С., *Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды* (М.: Мир, 1985).