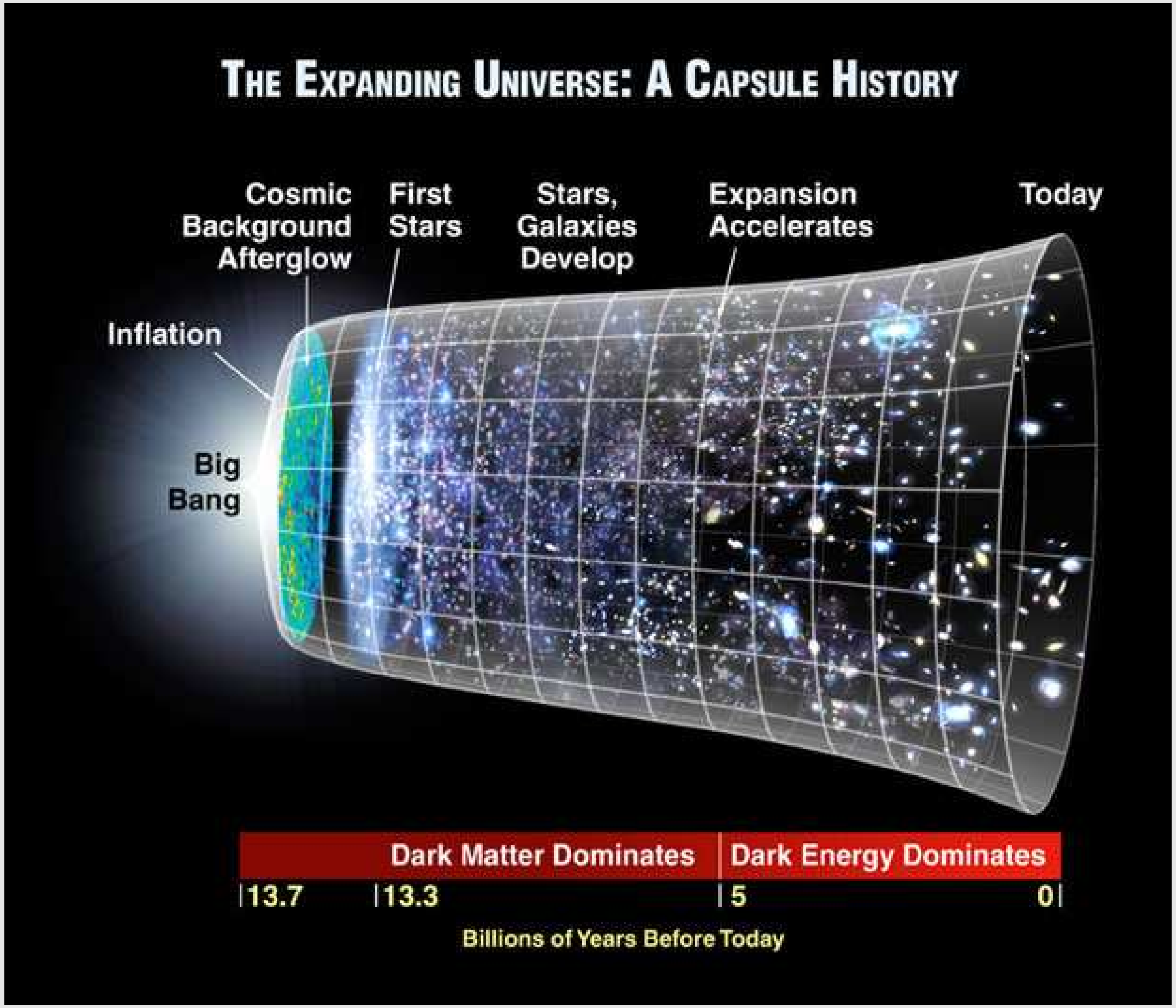
Расширение Вселенной

Р. А. Буренин

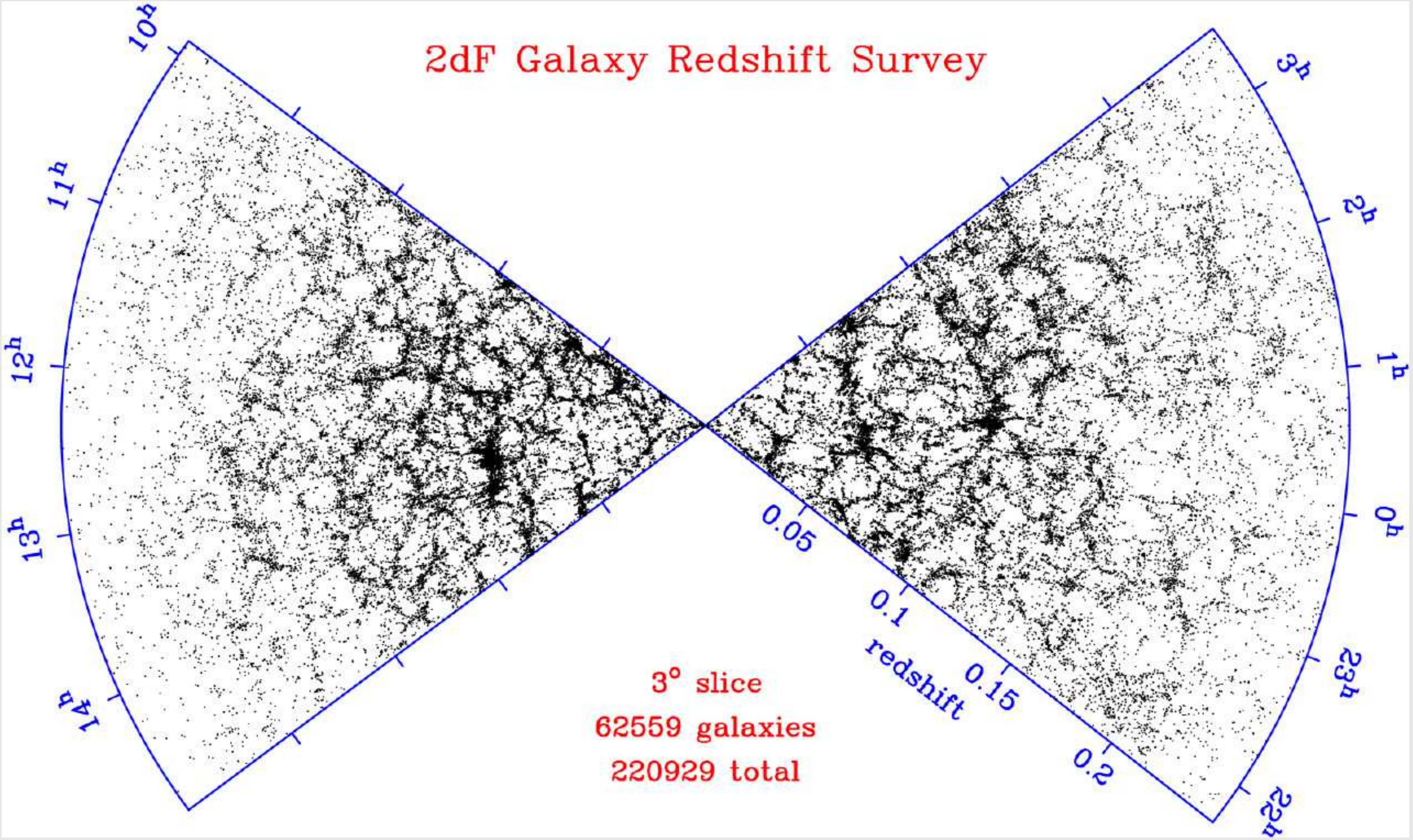
ИКИ РАН

Космология



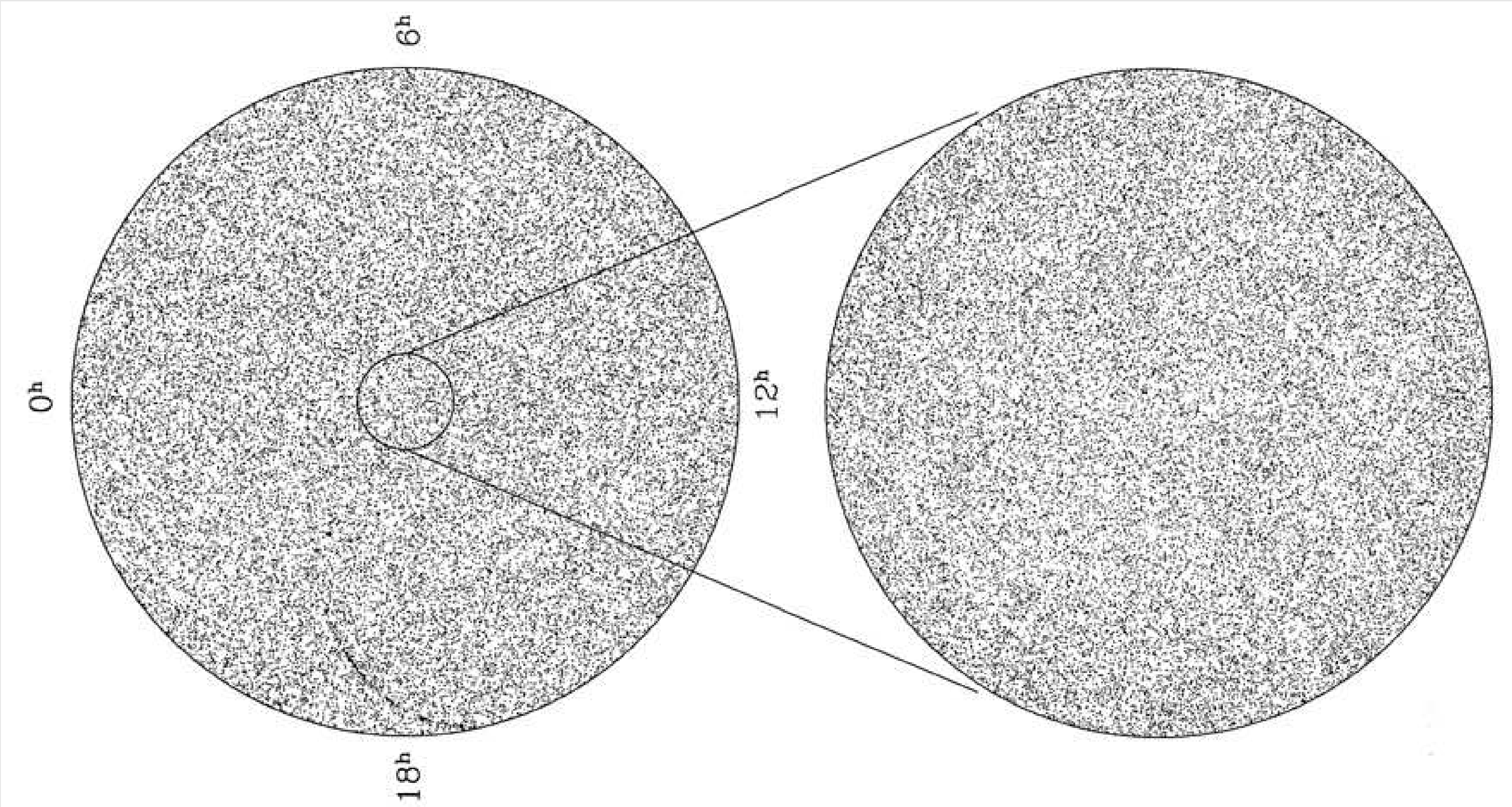
The Expanding Universe: A Capsule History
Cosmic Background Afterglow
First Stars
Stars, Galaxies Develop
Expansion Accelerates
Today
Inflation
Big Bang
Dark Matter Dominates
Dark Energy Dominates
13.7
13.3
5
0
Billions of Years Before Today

Космология


2dF Galaxy Redshift Survey
10h
11h
12h
13h
14h
3h
2h
1h
0h
23h
22h
0.05
0.1
0.15
0.2
redshift
3° slice
62559 galaxies
220929 total

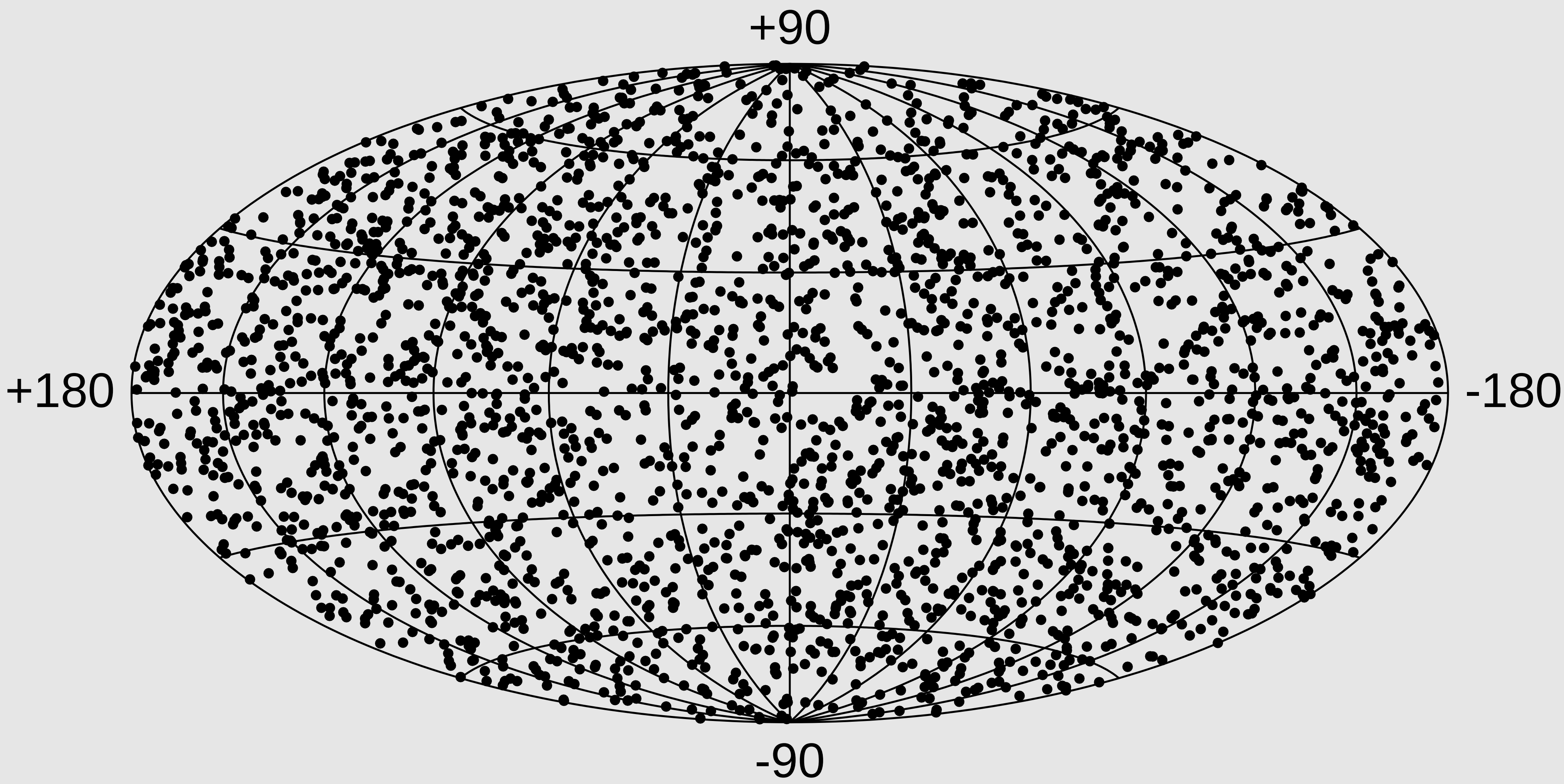
Космология

радио источники



Космология

космические гамма-всплески



Космология

Однородность и изотропия — наиболее простое предположение

масса бесконечна $\to$ ОТО

ОТО

Принцип эквивалентности:

$f = G\frac{Mm}{R}$, $f = ma$

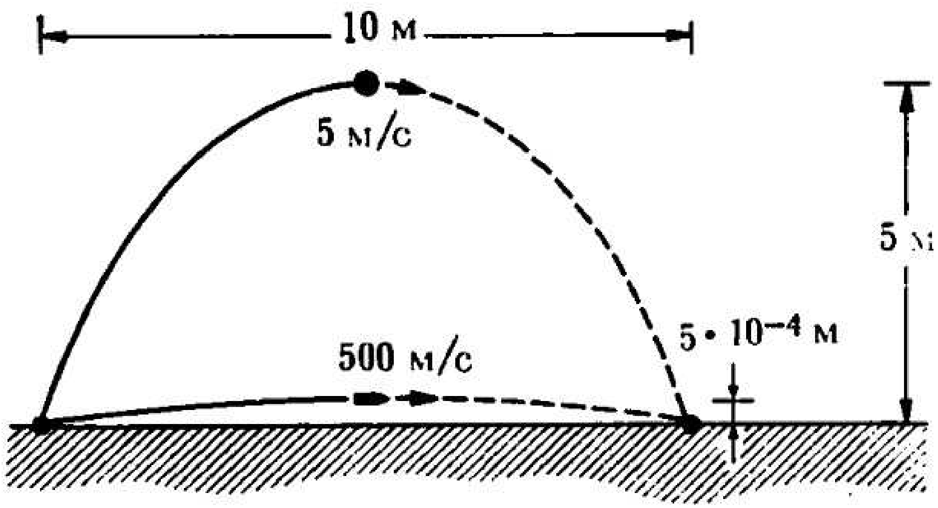
$a = G\frac{M}{R}$ — не зависит от m

— можно предположить, что ускорение зависит только от свойств пространства-времени в данной точке

— инерциальная СО свободно падает

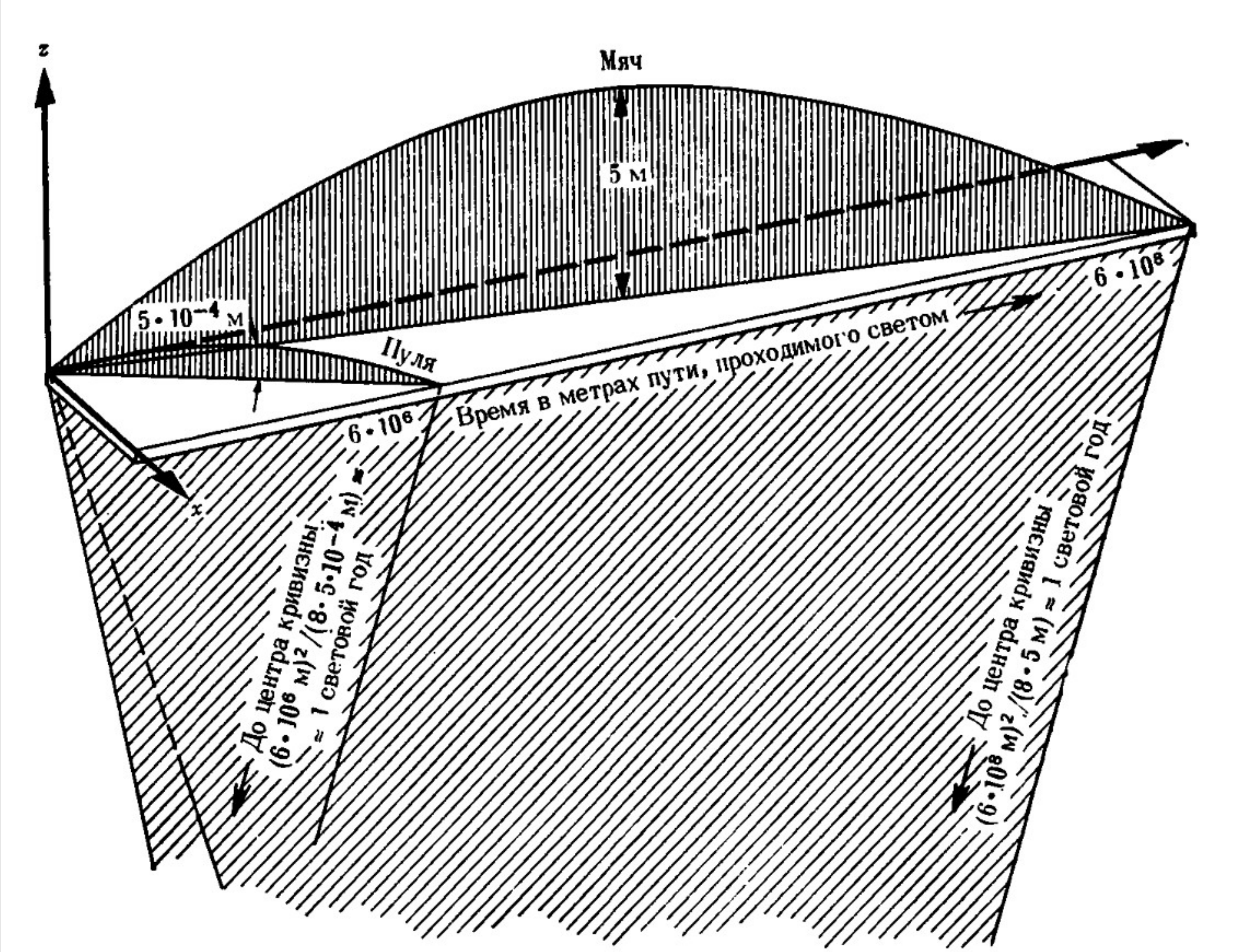
— свободно падающее тело движется по прямой в искривленном пространстве-времени

ОТО



Б. Траектории мяча и пули в пространстве при наблюдении в лаборатории имеют совершенно различные кривизны.

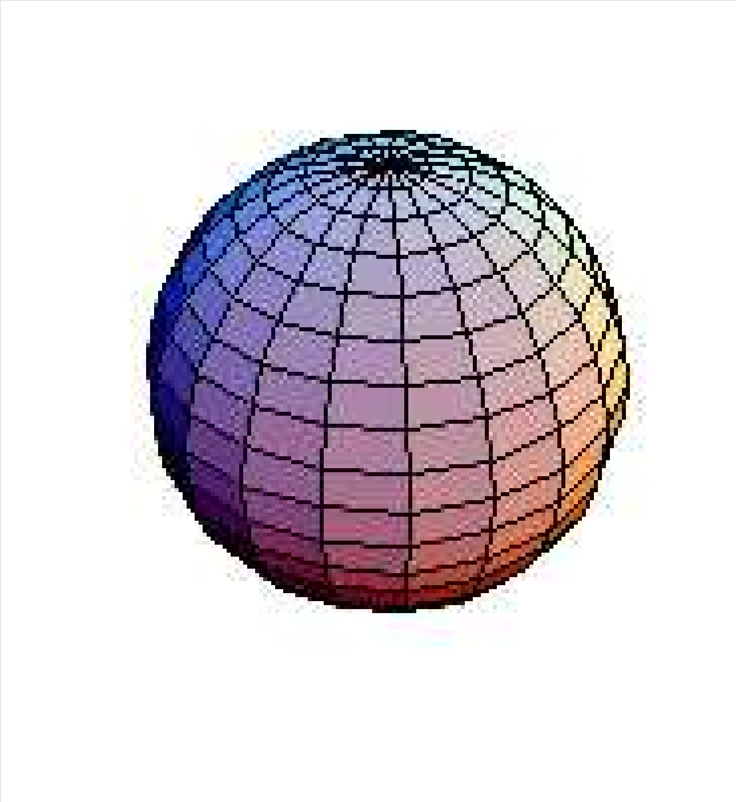
ОТО

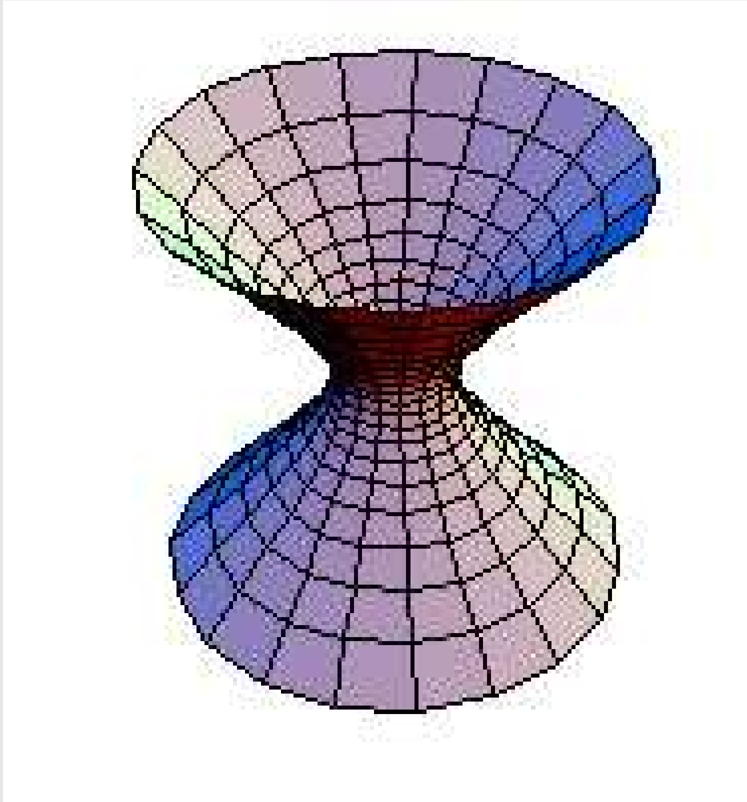


z
Мяч
5 м
$5 \cdot 10^{-4}$ м
Пуля
Время в метрах пути, проходимого светом
$6 \cdot 10^{8}$
$6 \cdot 10^{6}$
x
До центра кривизны $(6 \cdot 10^{6}\ м)^2/(8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ м) \approx 1$ световой год
До центра кривизны $(6 \cdot 10^{8}\ м)^2/(8 \cdot 5\ м) \approx 1$ световой год

[ОТО]

Кривизна:





ОТО

Криволинейные координаты:

$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ — метрика

$$A^i_{;l} = \frac{\partial A^i}{\partial x^l} + \Gamma^i_{kl} A^k$$

$\Gamma^i_{kl} = \frac{1}{2} g^{im} \left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right)$ — коэффициеты связности

$$Du^i = 0$$

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl} \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0$$

Кривизна:

$R^i_{klm} = \frac{\partial \Gamma^i_{km}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial x^m} + \Gamma^i_{nl} \Gamma^n_{km} - \Gamma^i_{nm} \Gamma^n_{kl}$ — тензор Римана

$R_{ik} = R^l_{ilk}$ — тензор Риччи

$R = g^{ik} R_{ik}$ — скалярная кривизна

ОТО

Тензор энергии-импульса:

$$T_i^k = \begin{pmatrix} \varepsilon & S_\alpha/c \\ cp_\beta & \sigma_{\alpha\beta} \end{pmatrix}$$

$$T_i^k = T_k^i, \qquad \overline{S} = \rho c^2 \gamma \overline{v}, \qquad \overline{p} = \rho \overline{v} \gamma$$

Закон сохранения энергии-импульса:

$$T_{i,k}^k = \begin{pmatrix} \varepsilon & S_\alpha/c \\ cp_\beta & \sigma_{\alpha\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \\ -\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \end{pmatrix} = 0$$

ОТО

Уравнения поля:

$$\boxed{R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}}$$

А. Эйнштейн, 1915, Д. Гильберт, 1915

$v \ll c, \gamma \approx 1:$

$g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2}$

$\Delta\varphi = 4\pi G\rho$ — уравнение Пуассона

Центрально-симметричное поле в пустоте

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

$$r_g = \frac{2Gm}{c^2}$$

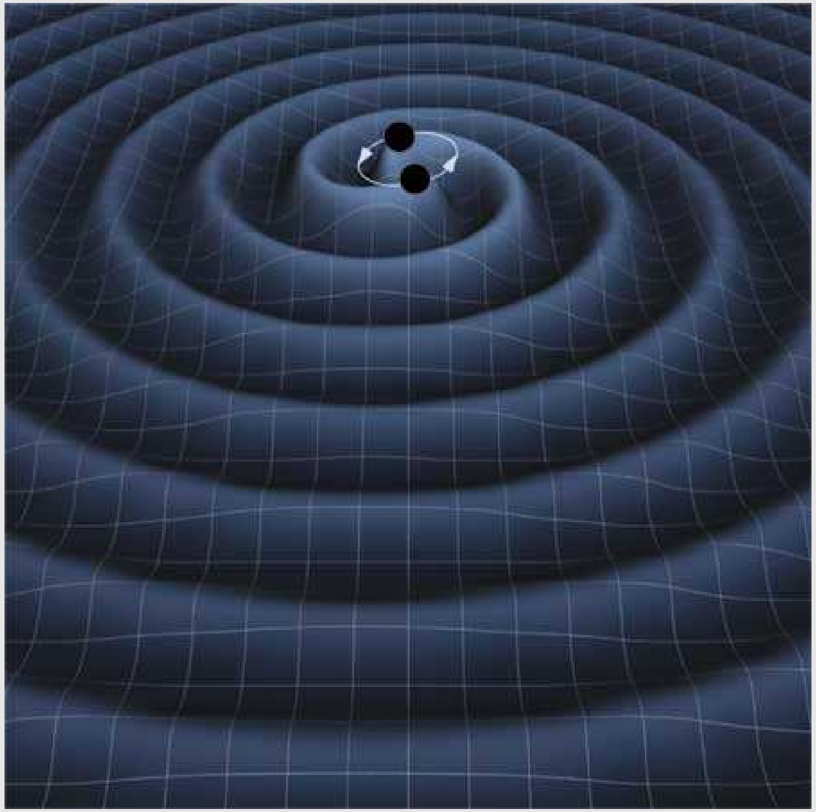
К. Шварцшильд, 1916

— черные дыры

Гравитационные волны

$g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + h_{ik}$

$\Box h_{ik} = 0$, где $\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ — волновое уравнение



$\delta h/h \sim 10^{-21} \div 10^{-23}$, $\quad 1\text{Å} = 10^{-8}$ см, $\lambda_c^p \sim 10^{-13}$ см

Космология

Метрика однородного и изотропного пространства:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{\left(1 + \frac{kr^2}{4}\right)^2}, \quad k = \pm 1, 0$$

(Фридмана-Робертсона-Уокера)

Вид расширения:

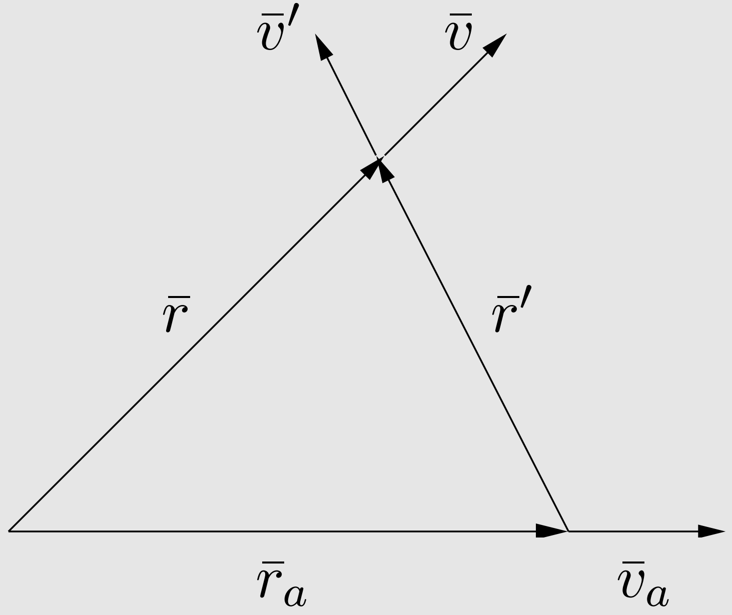
$$l = ar, \qquad \dot{l} = \dot{a} r, \qquad \dot{l} = \frac{\dot{a}}{a} l, \qquad H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$$

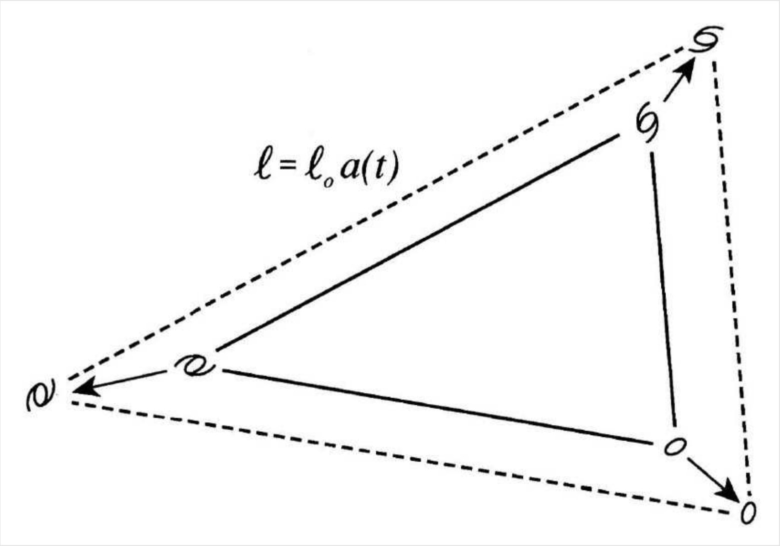
$\dot{r} = 0$ — координаты сопутствующие

H — постоянная Хаббла

Космология

Вид расширения:





$$\bar{v} = H\bar{r}$$

$$\bar{r}' = \bar{r} - \bar{r}_a, \quad \bar{v}' = \bar{v} - \bar{v}_a, \quad \bar{v}_a = H\bar{r}_a, \quad H(\bar{r} - \bar{r}_a) = H\bar{r}'$$

$$\bar{v}' = H\bar{r}'$$

— только при таком движении сохраняется однородность и изотропия

Космологическая постоянная

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} + \Lambda g_{ik}$$

$\varepsilon_\Lambda = c^4 \Lambda / 8\pi G$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \varepsilon + \varepsilon_\Lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p - \varepsilon_\Lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p - \varepsilon_\Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p - \varepsilon_\Lambda \end{pmatrix}$$

$p_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$

Подобным образом: $p_\Lambda = w\varepsilon_\Lambda$, где w — параметр уравнения состояния темной энергии

Уравнения Фридмана

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = \dfrac{8\pi G}{3c^2}(\varepsilon + \varepsilon_\Lambda) \\ \dfrac{\ddot{a}}{a} = -\dfrac{4\pi G}{c^2}\left(\dfrac{\varepsilon + \varepsilon_\Lambda}{3} + p + p_\Lambda\right) \end{cases}$$

А. А. Фридман, 1922 г.

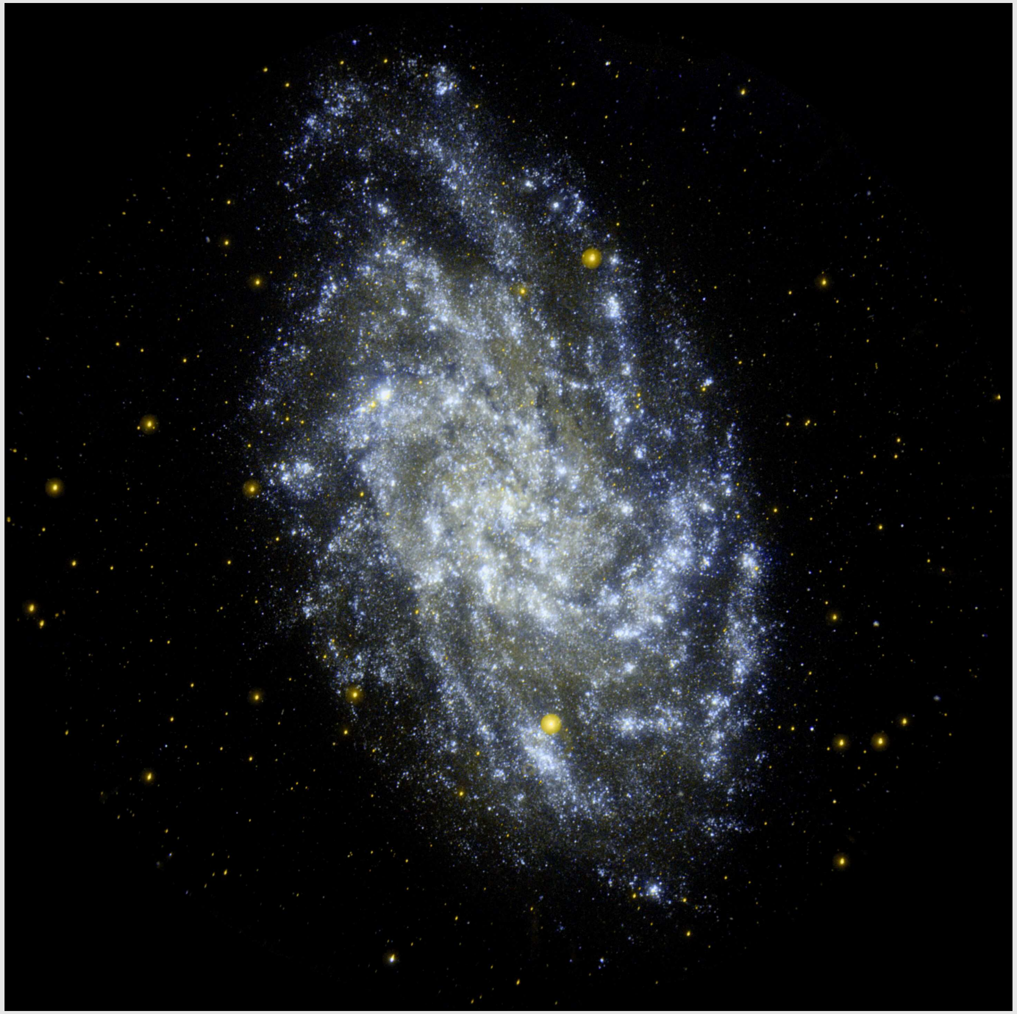
Если $\varepsilon_\Lambda = 0$, то $p > 0$, $\ddot{a} < 0$ — нет статического решения

При $\varepsilon_\Lambda = (\varepsilon + 3p)/2$ — $\ddot{a} = 0$, $\dot{a} = 0$, $a = const$

— для этого Λ и была введена изначально Эйнштейном

— например, В. Паули «Теория относительности», (1921-1991) — «звездная система»

Галактики

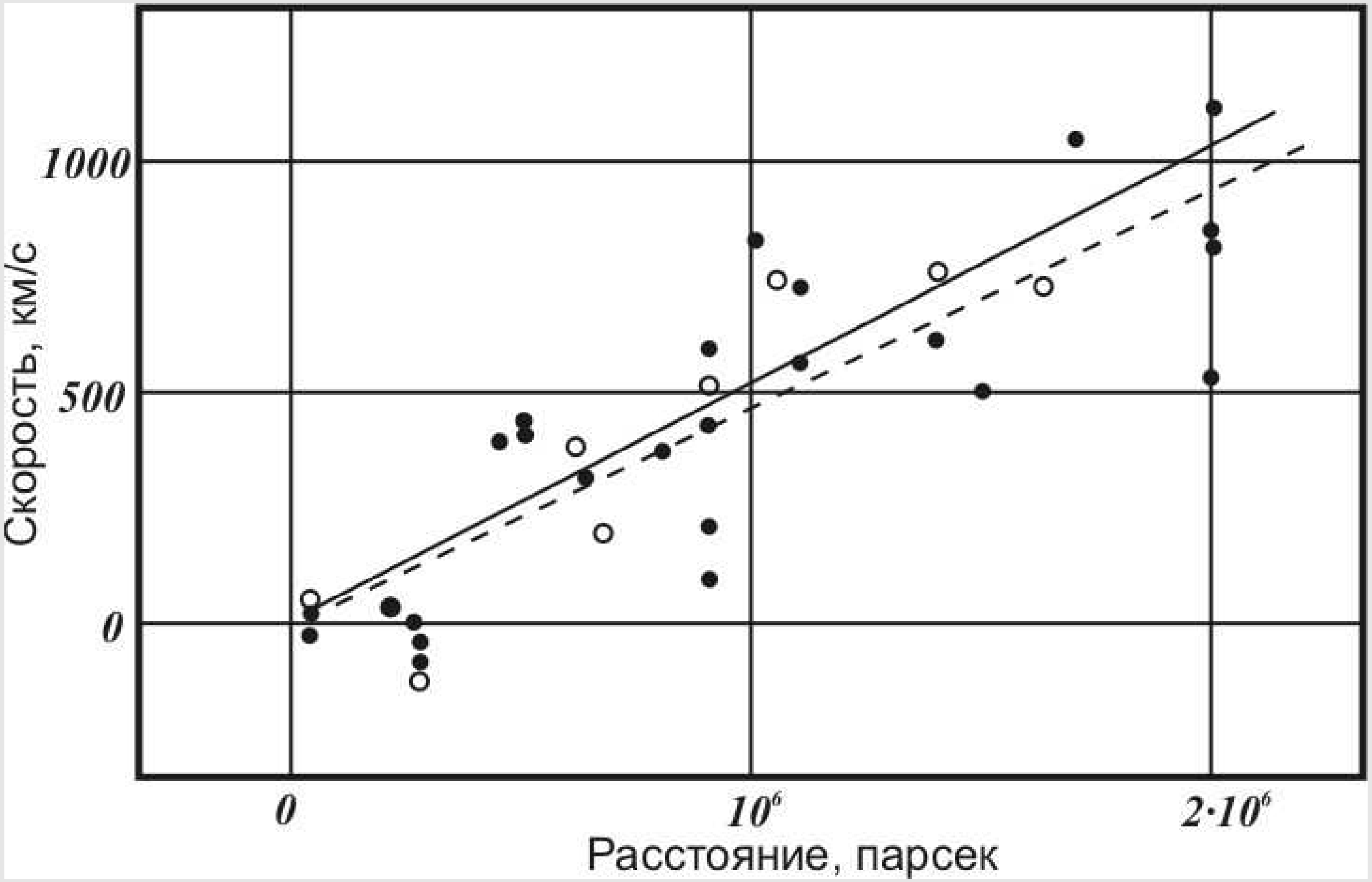


M33 — К. Лундмарк, 1920

Галактики

M31, цефеиды — Э. Хаббл, 1923–1924

Расширение Вселенной



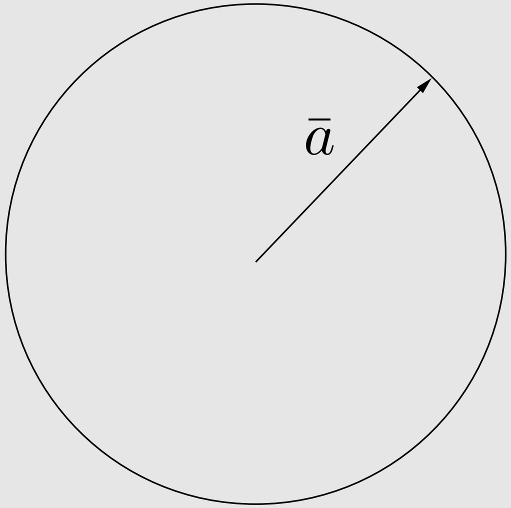
Э. Хаббл, 1929

Расширение Вселенной

Пусть $\varepsilon_\Lambda = 0$, $p = 0$ и $\varepsilon = \rho c^2$, тогда:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G\rho$$

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G\rho a^3}{3a^2} = -G\frac{M}{a^2}, \qquad M = \frac{4}{3}\pi\rho a^3$$



В прошлом — сингулярность.

Критическая плотность

В будущем:

$$v_c^2 = 2G\frac{M}{a}$$

С другой стороны $v = H_0 a$. Пусть $v = v_c$, $\rho = \rho_c$:

$$H_0^2 a^2 = 2G\frac{M}{a}, \qquad H_0^2 = 2G\frac{4}{3}\pi\rho_c, \qquad \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

$$\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_c}$$

$$\begin{cases} \Omega_m > 1, \quad k > 0, & \text{— расширение сменяется сжатием} \\ \Omega_m < 1, \quad k < 0, & \text{— неограниченное расширение} \\ \Omega_m = 1, \quad k = 0, & \text{— неограниченное расширение} \end{cases}$$

Уравнения Фридмана

$$-\frac{3kc^2}{8\pi G a^2} + \varepsilon_m + \varepsilon_\gamma + \varepsilon_\Lambda = \rho_c c^2$$

$$\Omega_k = -\frac{3kc^2}{8\pi G a^2 \rho_c}, \quad \Omega_m = \varepsilon_m/\rho_c, \quad \Omega_\gamma = \varepsilon_\gamma/\rho_c, \quad \Omega_\Lambda = \varepsilon_\Lambda/\rho_c$$

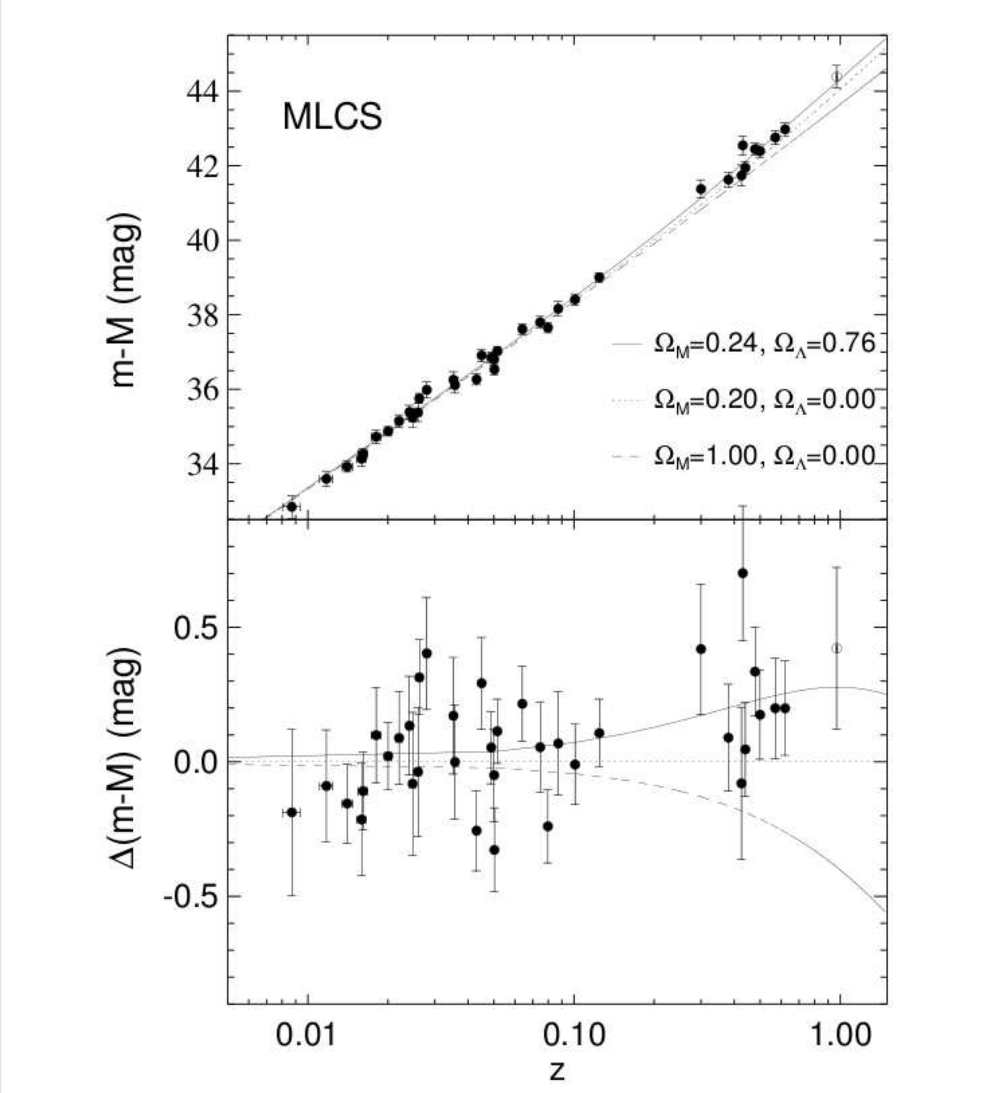
$$\begin{cases} \Omega_k + \Omega_m + \Omega_\gamma + \Omega_\Lambda = 1 \\ \dfrac{\ddot{a}}{a} = -\dfrac{4\pi G \rho_c}{3c^2}(\Omega_m + \Omega_\gamma + (1+3w)\Omega_\Lambda) \end{cases}$$

$$\Omega_m \approx 0.3, \quad \Omega_\gamma \approx 0, \quad \Omega_m \approx 0.7, \quad w = -1$$

$\ddot{a} > 0$ — ускорение

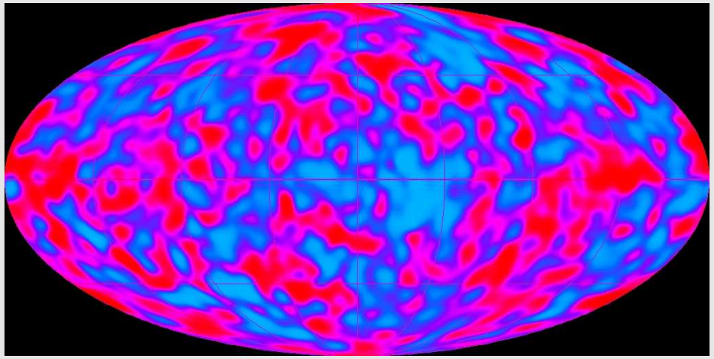
Сверхновые Ia

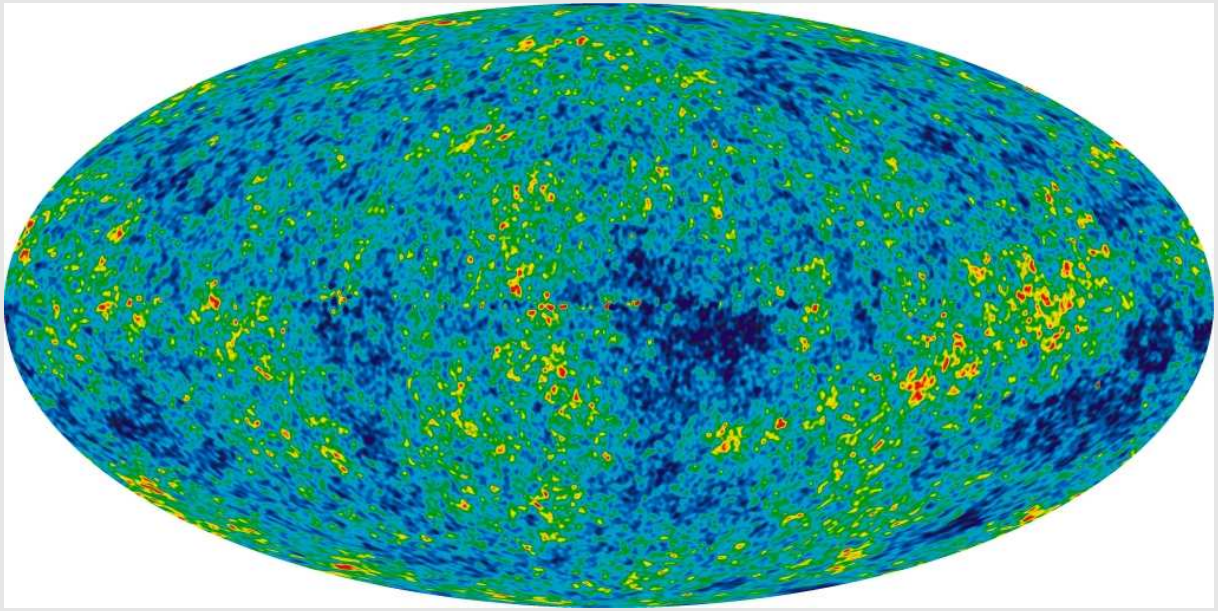
ускорение, Риесс, и др., 1998:



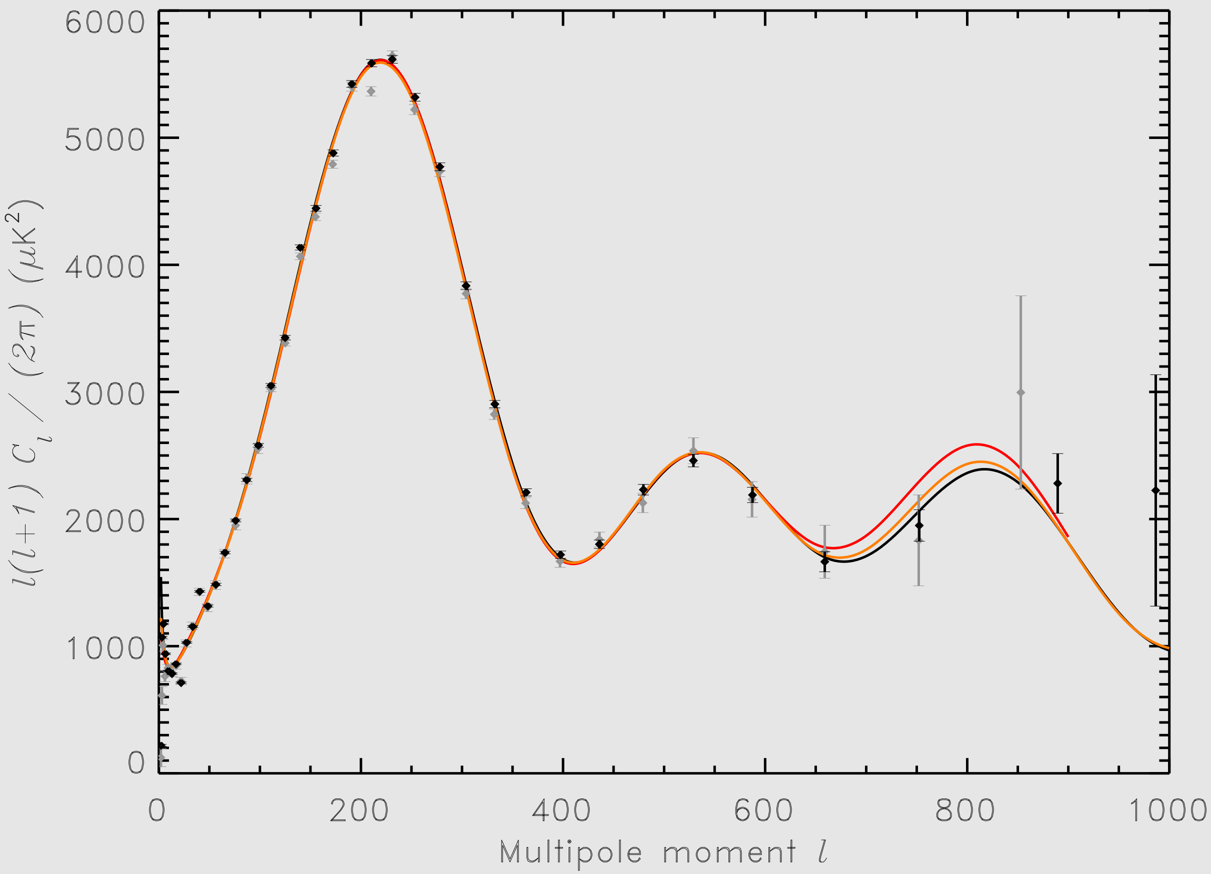
Микроволновое фоновое излучение

РЕЛИКТ-1: 

COBE: 

WMAP: 

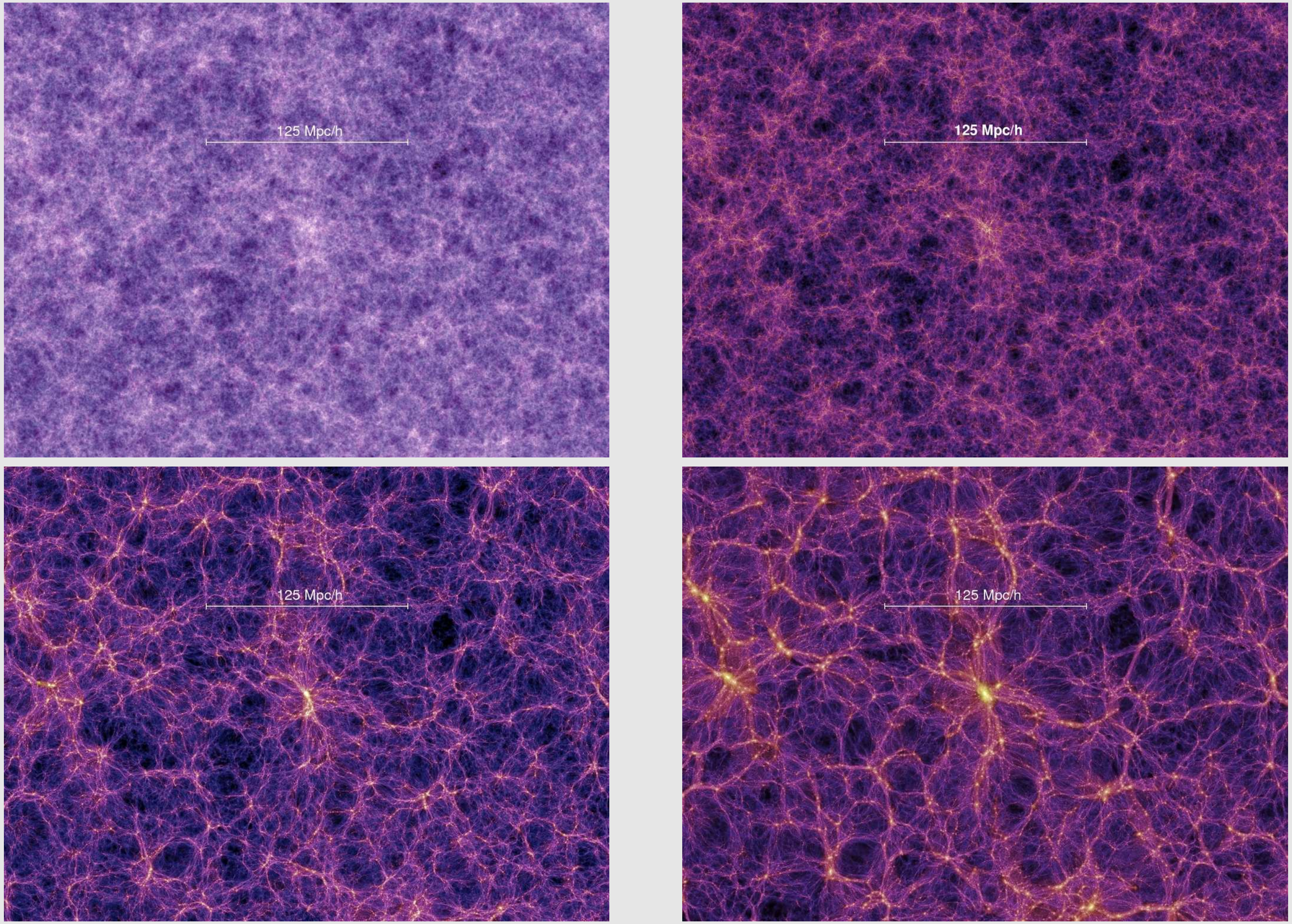
Микроволновое фоновое излучение



3 года наблюдений WMAP, Spergel et al., 2006

$$\Omega_K = -0.01^{+0.016}_{-0.009}$$

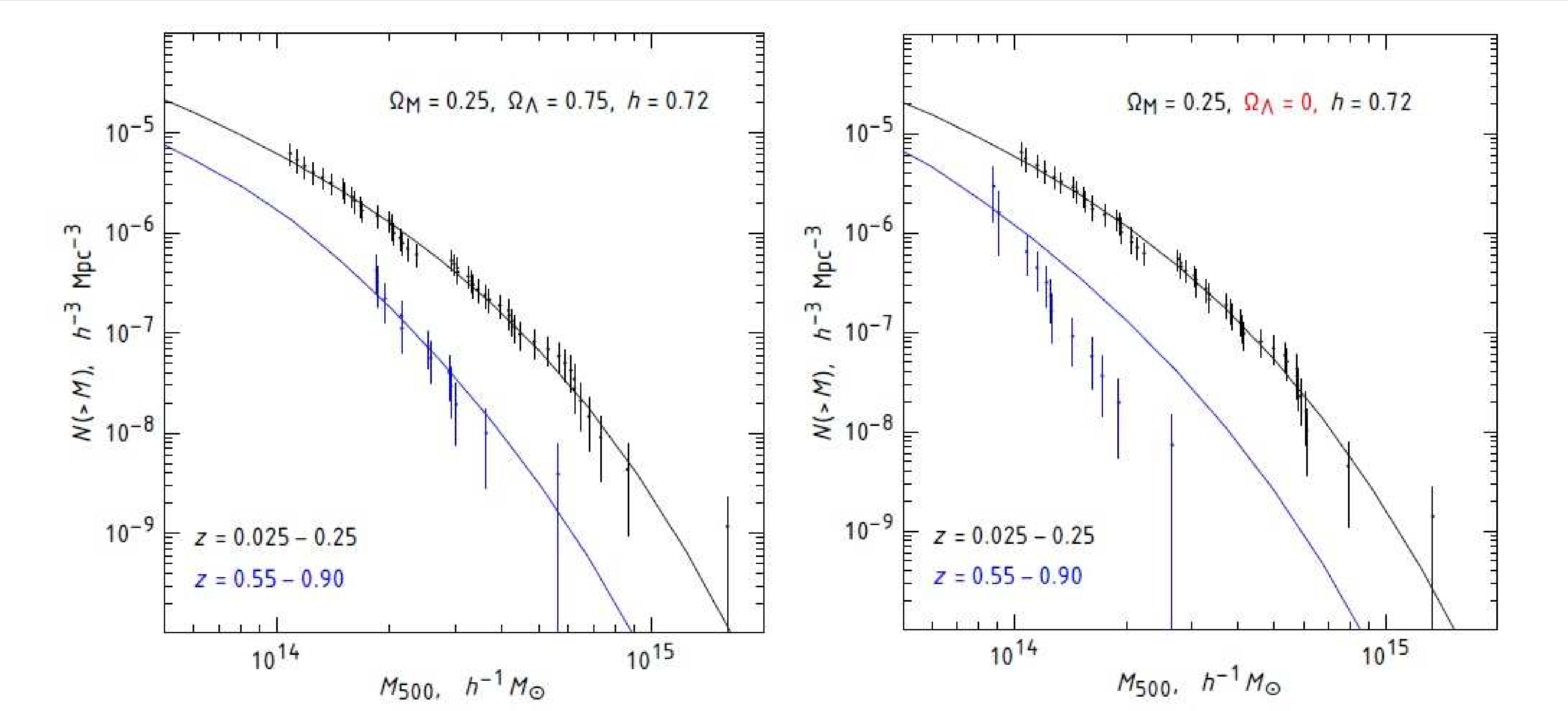
Крупномасштабная стуктура Вселенной



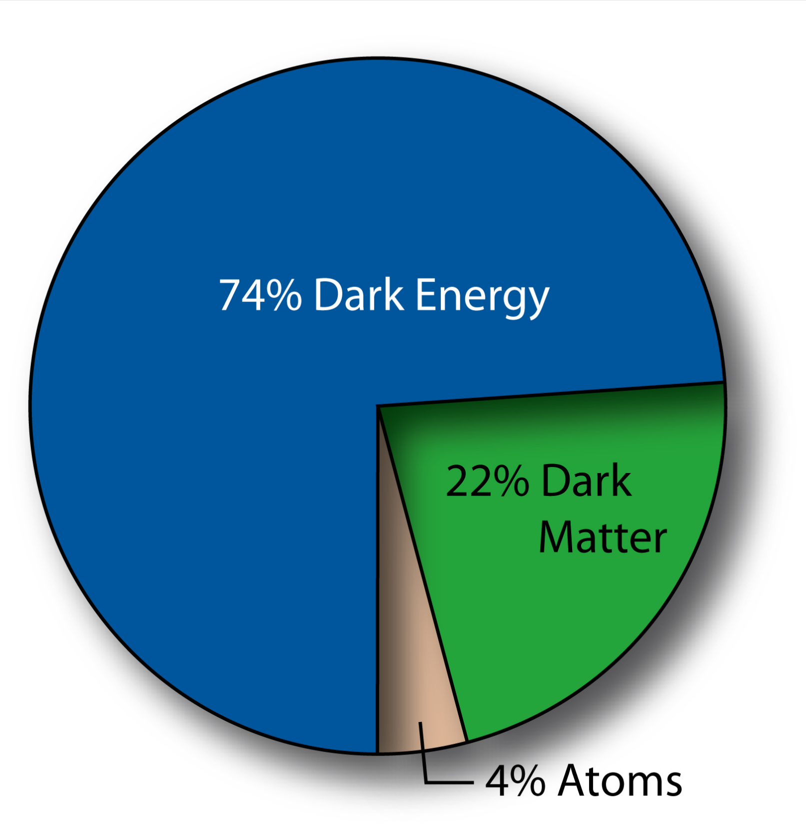
Моделирования тысячелетия (Millenium simulations), $z = 18.3,\ 5.7,\ 1.4,\ 0$

Замедление скорости роста крупномасштабной структуры

Вихлинин и др., 2009:



Космологические параметры



Spergel et al., 2006, astro-ph/0603449

Инфляция

Пусть $\varepsilon = 0$, $\varepsilon_\Lambda > 0$, тогда:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_\Lambda = \frac{\Lambda}{c^2}$$

$$\ddot{a} = \frac{\Lambda}{c^2}a$$

$$a = e^{H_\Lambda t}, \quad H_\Lambda = \sqrt{\frac{\Lambda}{c^2}}$$

Инфляция

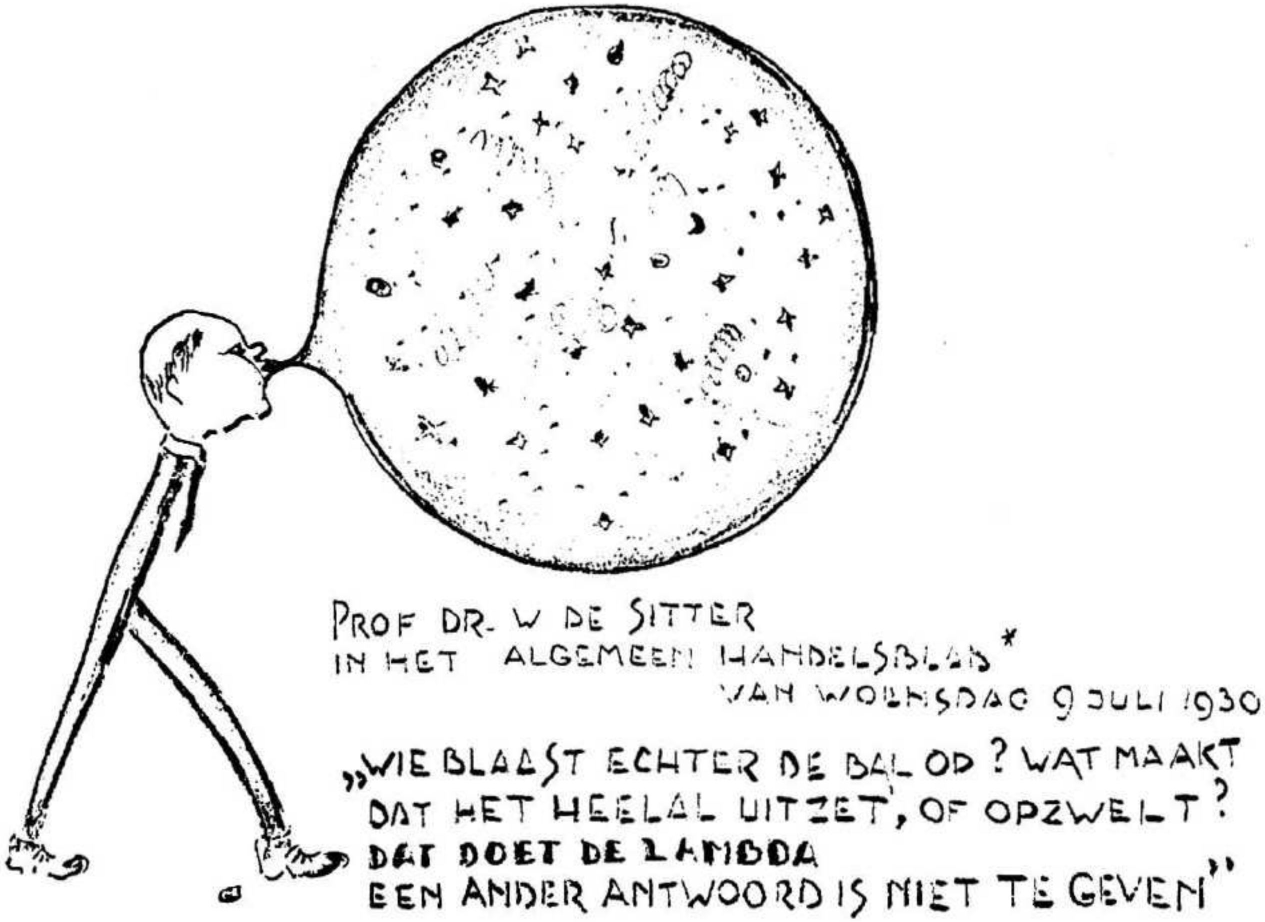
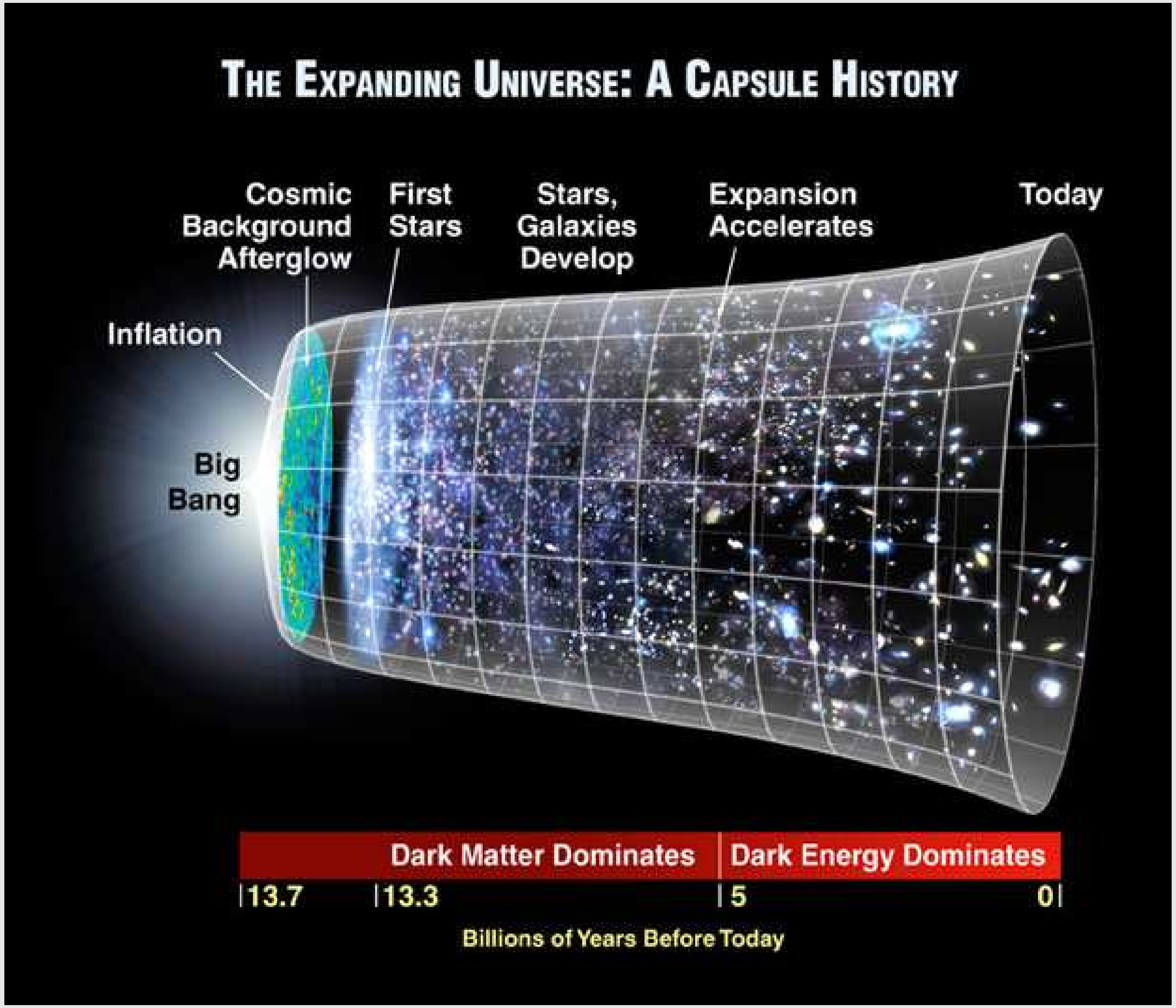


Figure 5.2. This sketch appeared following an interview of de Sitter published in a Dutch newspaper. The quote is translated by van der Laan as: "What, however, blows up the ball? What makes the universe expand or swell up? That is done by the Lambda. Another answer cannot be given."

Космология


THE EXPANDING UNIVERSE: A CAPSULE HISTORY
Cosmic Background Afterglow
First Stars
Stars, Galaxies Develop
Expansion Accelerates
Today
Inflation
Big Bang
Dark Matter Dominates
Dark Energy Dominates
13.7
13.3
5
0
Billions of Years Before Today

Космология

К. Птолемей, ок. 130–150 гг.: