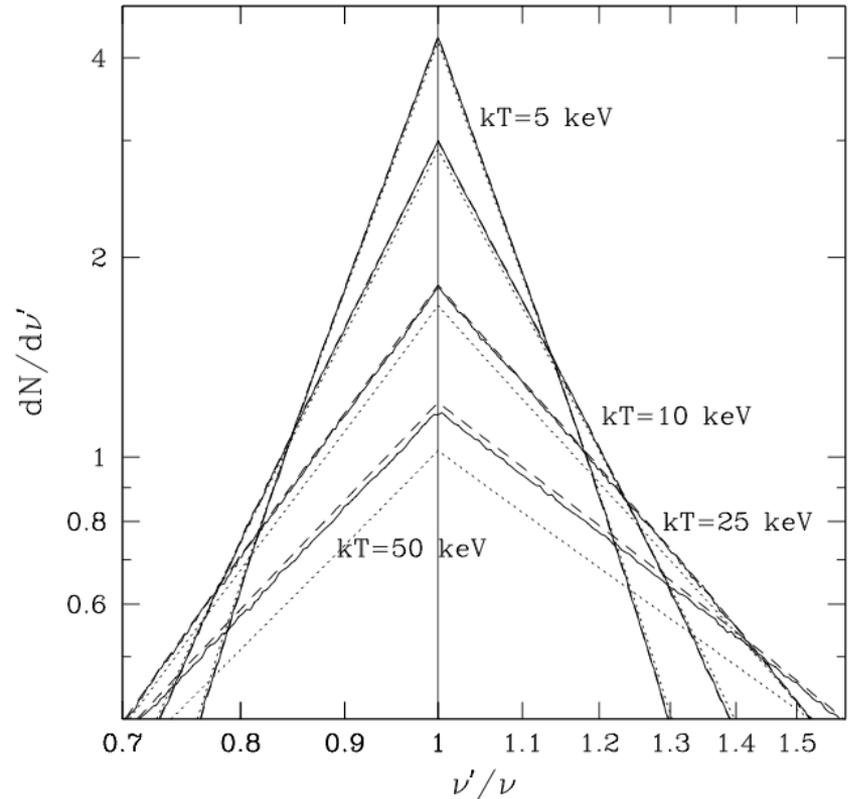
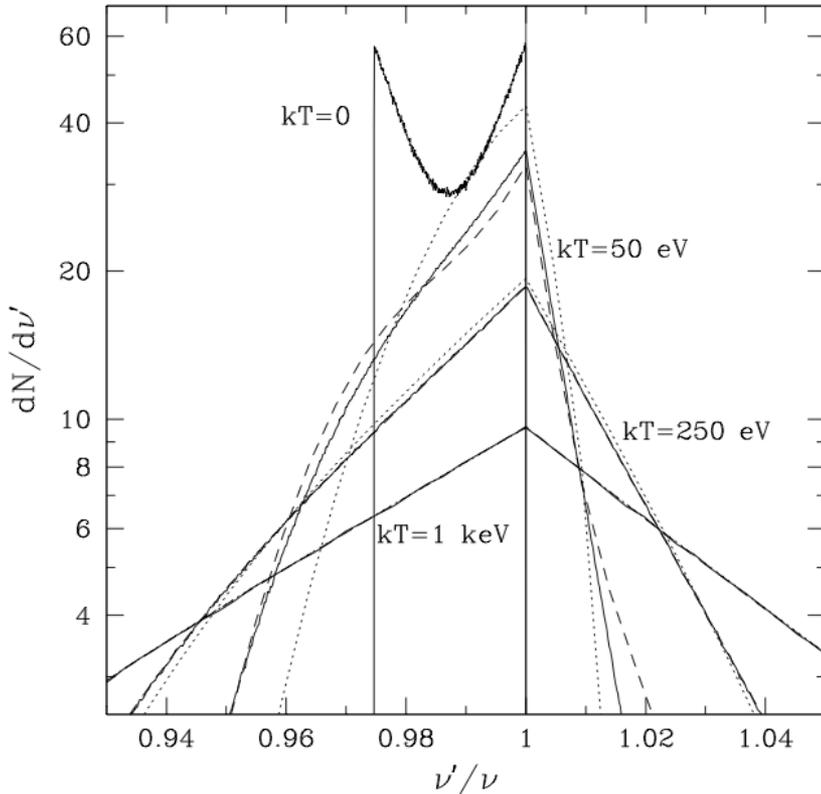


**Уравнение Компанейца.
Эффект Сюняева-Зельдовича**

Профиль линии после однократного рассеяния

$h\nu = 6.7$ кэВ



$$\left\langle \frac{d\nu}{\nu} \right\rangle = \frac{4kT_e - h\nu}{m_e c^2} \quad \left\langle \frac{(\Delta\nu)^2}{\nu^2} \right\rangle = 2 \frac{kT_e}{m_e c^2}$$

Кинетическое уравнение

Рассмотрим взаимодействие изотропного поля излучения с бесконечной однородной средой

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varepsilon_\nu(\nu)}{\partial t} =$$

вынужденное (индуцированное) рассеяние

$$- \int \varepsilon_\nu(\nu) P(\nu \rightarrow \nu') [1 + n(\nu')] d\nu' + \int \frac{\nu}{\nu'} \varepsilon_\nu(\nu') P(\nu' \rightarrow \nu) [1 + n(\nu)] d\nu'$$

ядро кинетического уравнения

$$\varepsilon_\nu = \frac{4\pi I_\nu}{c} = \frac{8\pi h\nu^3 n}{c^3}$$

- плотность энергии излучения

n - концентрация фотонов в фазовом пространстве

Если энергетический спектр достаточно гладкий и выполняется условие $h\nu, kT_e \ll m_e c^2$, то можно перейти к дифференциальному кинетическому уравнению типа Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial n(\nu)}{\partial t} = \sigma_T N_e c \frac{1}{\nu^2} \times \frac{\partial}{\partial \nu} \left\{ -\nu^2 n \langle \Delta \nu \rangle (1+n) + \frac{1}{2} \left[-\nu^2 n \langle (\Delta \nu)^2 \rangle \frac{\partial n}{\partial \nu} + (1+n) \frac{\partial}{\partial \nu} \nu^2 n \langle (\Delta \nu)^2 \rangle \right] + \dots \right\}$$

Это уравнение описывает диффузию фотонов в частотном пространстве

Уравнение Компанейца

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\sigma_T N_e h}{m_e c} \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \nu^4 \left(n + n^2 + \frac{kT_e}{h} \frac{\partial n}{\partial \nu} \right)$$

Отдача

Доплер

$$h\nu, kT_e \ll m_e c^2$$

Индукцированное рассеяние

Удобно перейти к безразмерным величинам:

$$x = \frac{h\nu}{kT_e} \quad y = \int \frac{kT_e(t)}{m_e c^2} \sigma_T N_e c dt \quad \text{- комптоизационный параметр}$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \left(n + n^2 + \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

Свойства уравнения Компанейца

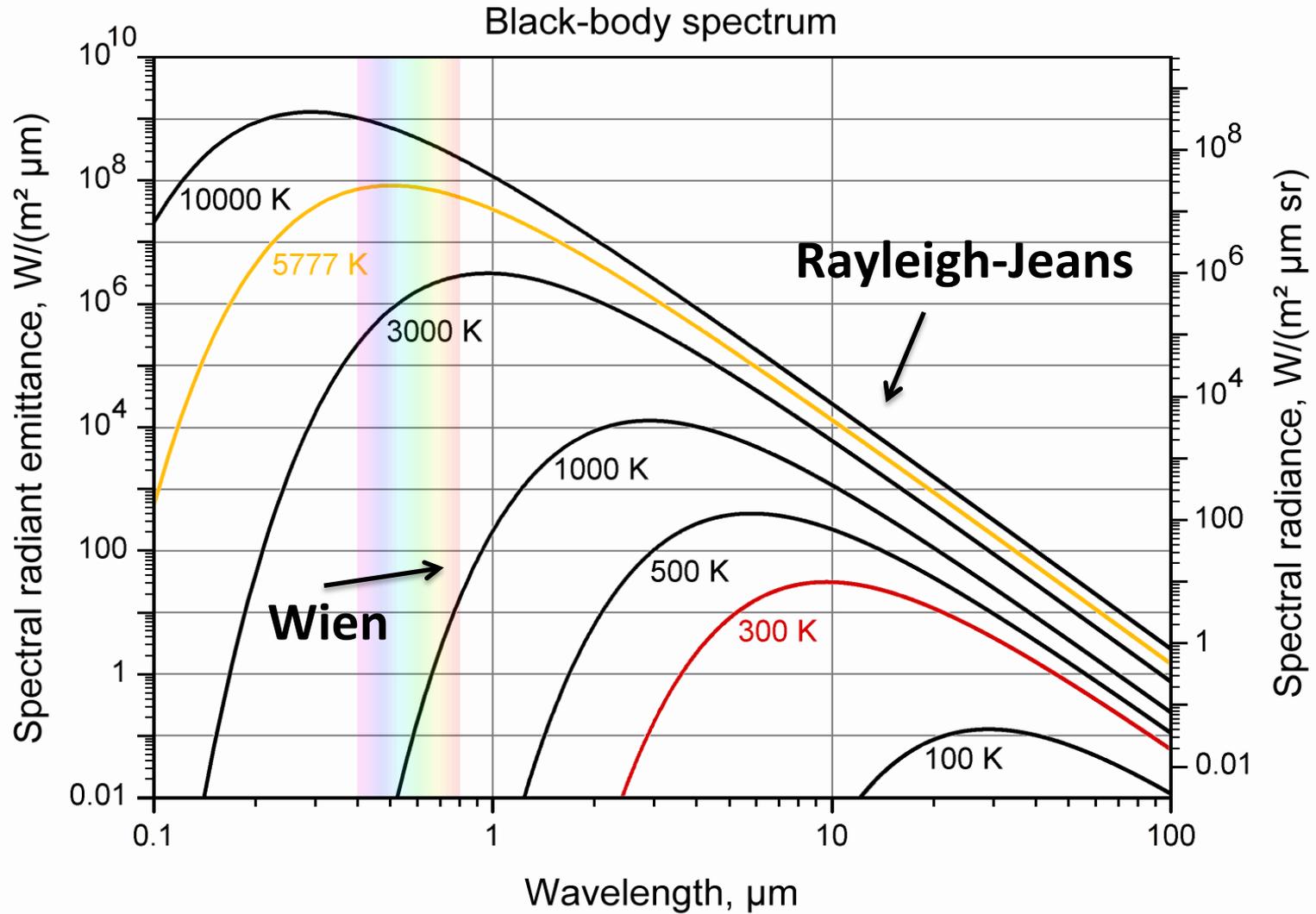
Сохранение числа фотонов: $\frac{d}{dt} N_\gamma = \frac{d}{dt} \int n v^2 dv = 0$

Не меняется спектр типа Бозе-Эйнштейна ($T_r = T_e$): $n = \frac{1}{e^{x+\mu} - 1}$

$\mu > 1$ -химический потенциал

Для сравнения, процессы излучения и поглощения сохраняют неизменным только спектр чернотельного излучения ($T_r = T_e$):

$$n = \frac{1}{e^x - 1}$$



$$h\nu_{\max} = 2.82 kT$$

В частности сохраняется спектр Вина ($\mu \gg 1$):

$$n = e^{-(x+\mu)} \longrightarrow \varepsilon_\nu = 8\pi e^{-\mu} \left(\frac{h\nu^3}{c^3} \right) \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_e}\right)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \left(n + \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

$$\langle h\nu \rangle = kT_e \frac{\int x^3 e^{-x} dx}{\int x^2 e^{-x} dx} = 3kT_e$$

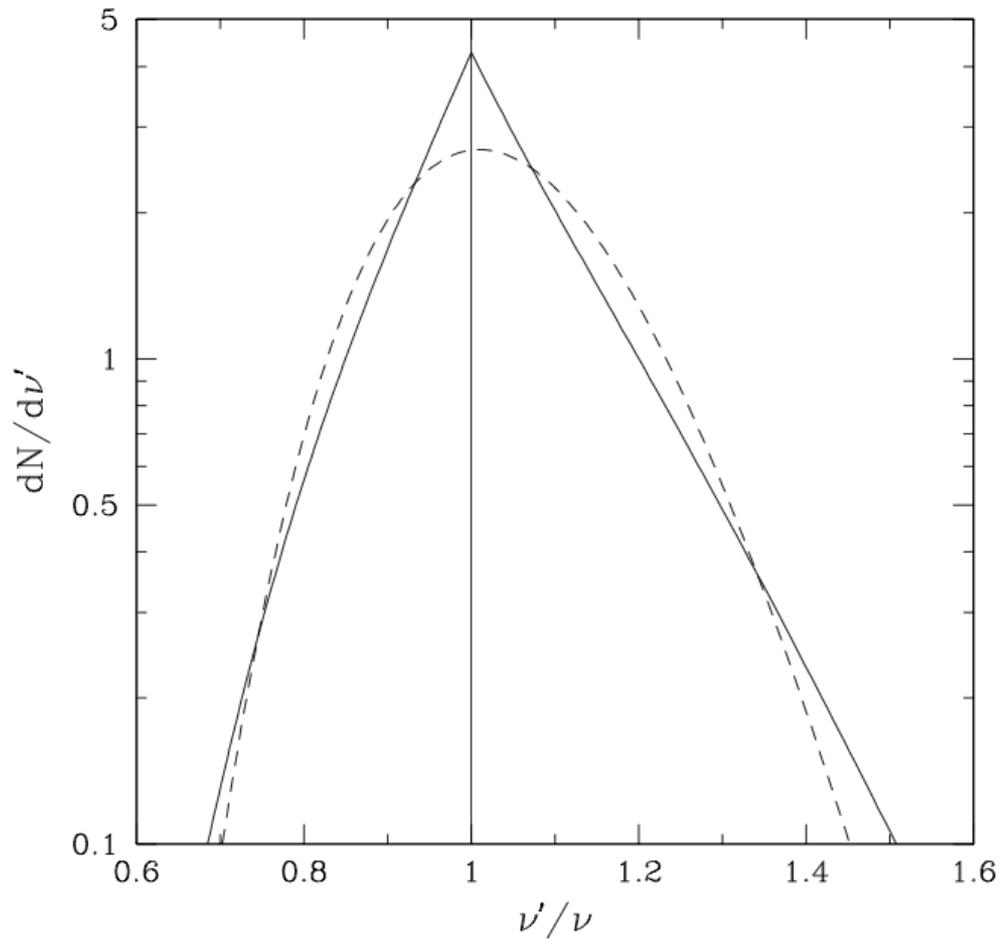
Многократные комптоновские рассеяния стремятся установить виновский спектр

Рассмотрим задачу о рассеянии низкочастотного излучения в горячей плазме: $h\nu \ll kT_e \ll m_e c^2$

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} x^4 \frac{\partial n}{\partial x}$$

Решение (Zeldovich & Sunyaev 1969):

$$n(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4\pi y}} \int_0^\infty n_0(x') \exp\left[-\frac{(\ln x - \ln x' + 3y)^2}{4y}\right] \frac{dx'}{x'}$$



**Ядро уравнения Компанейца в сравнении с ядром
однократного рассеяния**

Изменение спектра чернотельного излучения

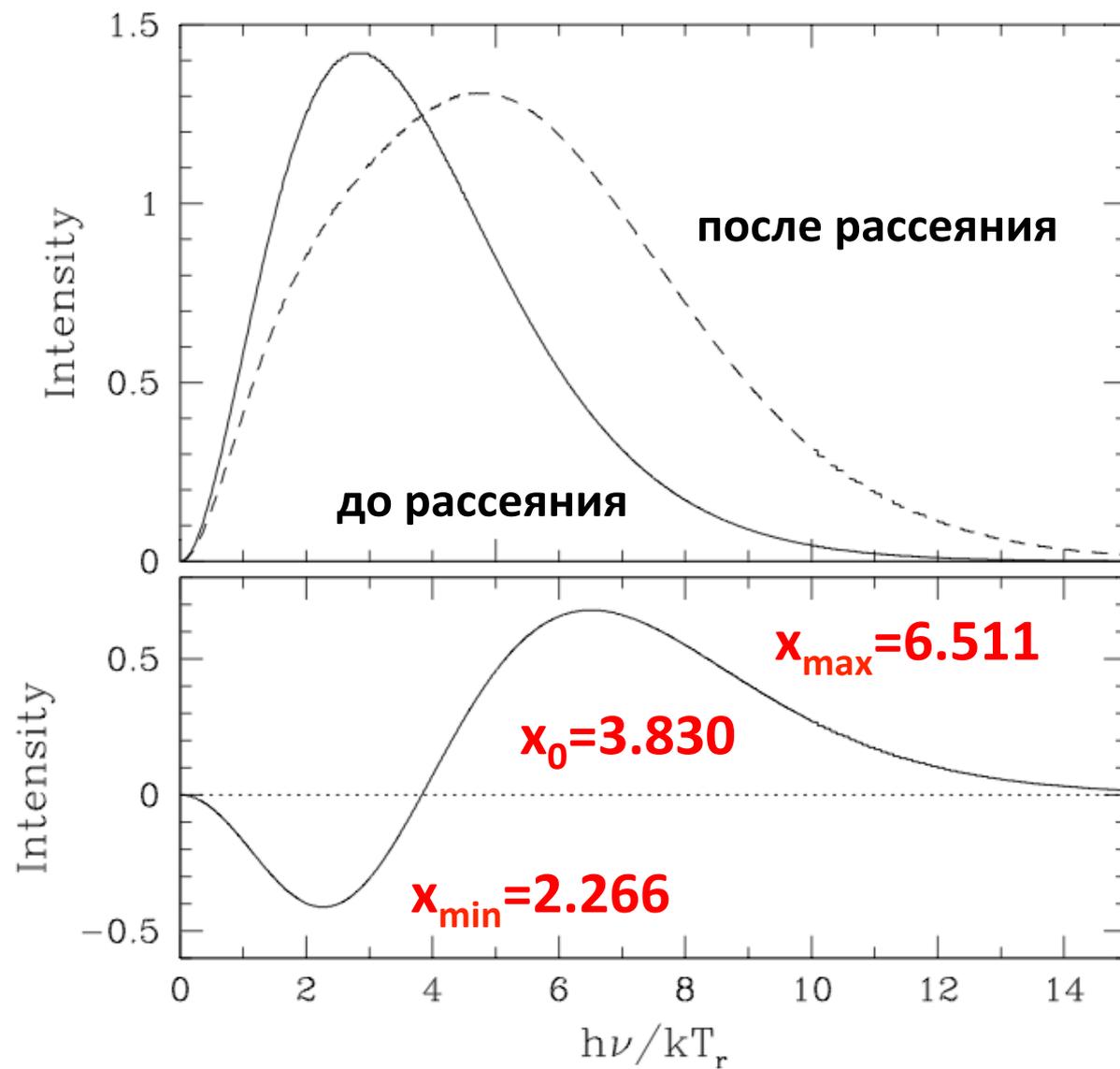
$$n_0 = \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT_r}\right) - 1 \right]^{-1} \quad T_r \ll T_e \quad y \ll 1$$

Введем новую безразмерную частоту: $x_r = \frac{h\nu}{kT_r}$

Первая итерация уравнения Компанейца:

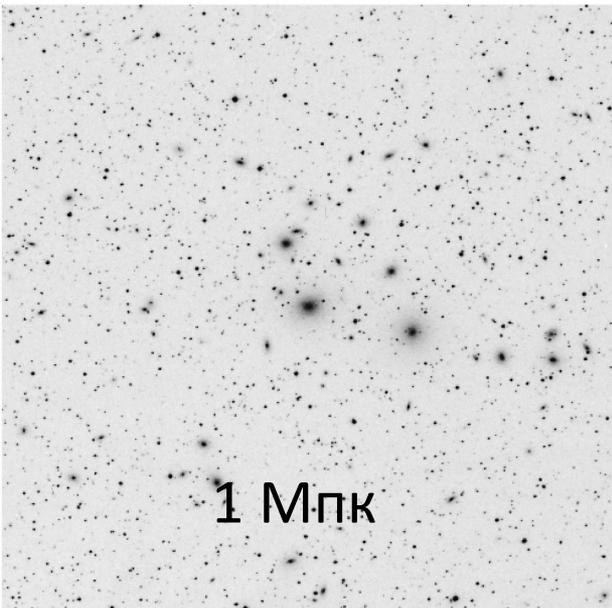
$$\frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = \frac{\Delta n}{n} = y \frac{x_r e^{x_r}}{e^{x_r} - 1} \left[x_r \frac{e^{x_r} + 1}{e^{x_r} - 1} - 4 \right]$$

$$\frac{\Delta T_r}{T_r} = \frac{d \ln I_\nu}{d \ln T_r} \frac{\Delta I_\nu}{I_\nu} = y \left[x_r \frac{e^{x_r} + 1}{e^{x_r} - 1} - 4 \right] \quad \frac{\Delta T_r}{T_r} = -2y \quad (x_r \ll 1)$$



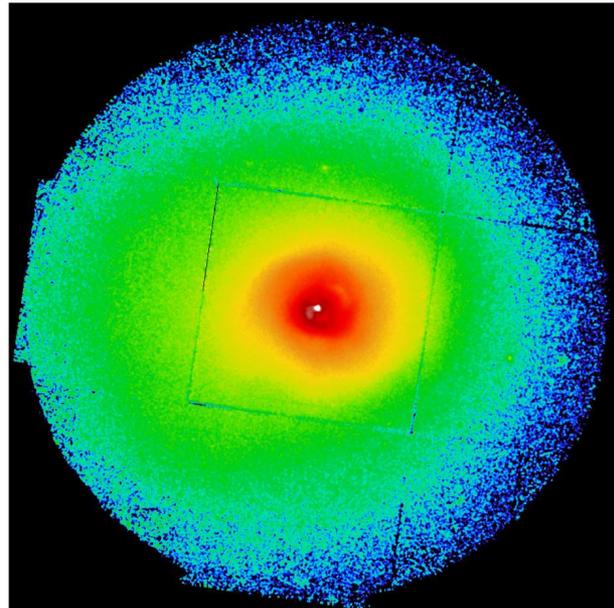
Скопления галактик

Звезды
оптика



2%

Газ
рентген

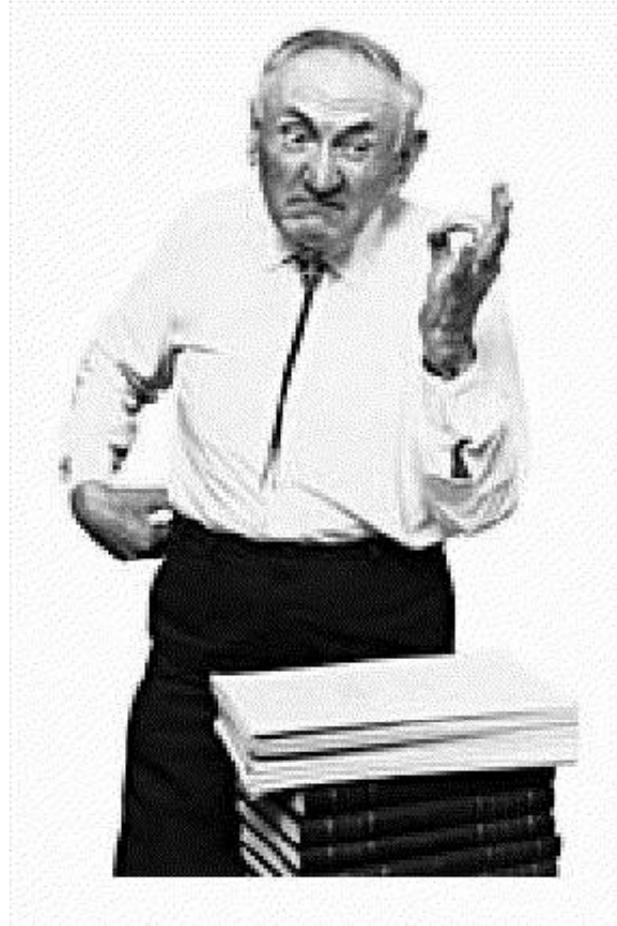


15%

Темная материя
моделирование

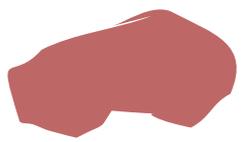


83%

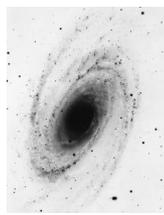


Изучая в 1933 г. скопление галактик в созвездии Волос Вероники, Фриц Цвики пришел к выводу, что полная масса скопления в 160 раз превышает массу звезд в его галактиках и предположил, что основная часть материи темная

газ



галактики



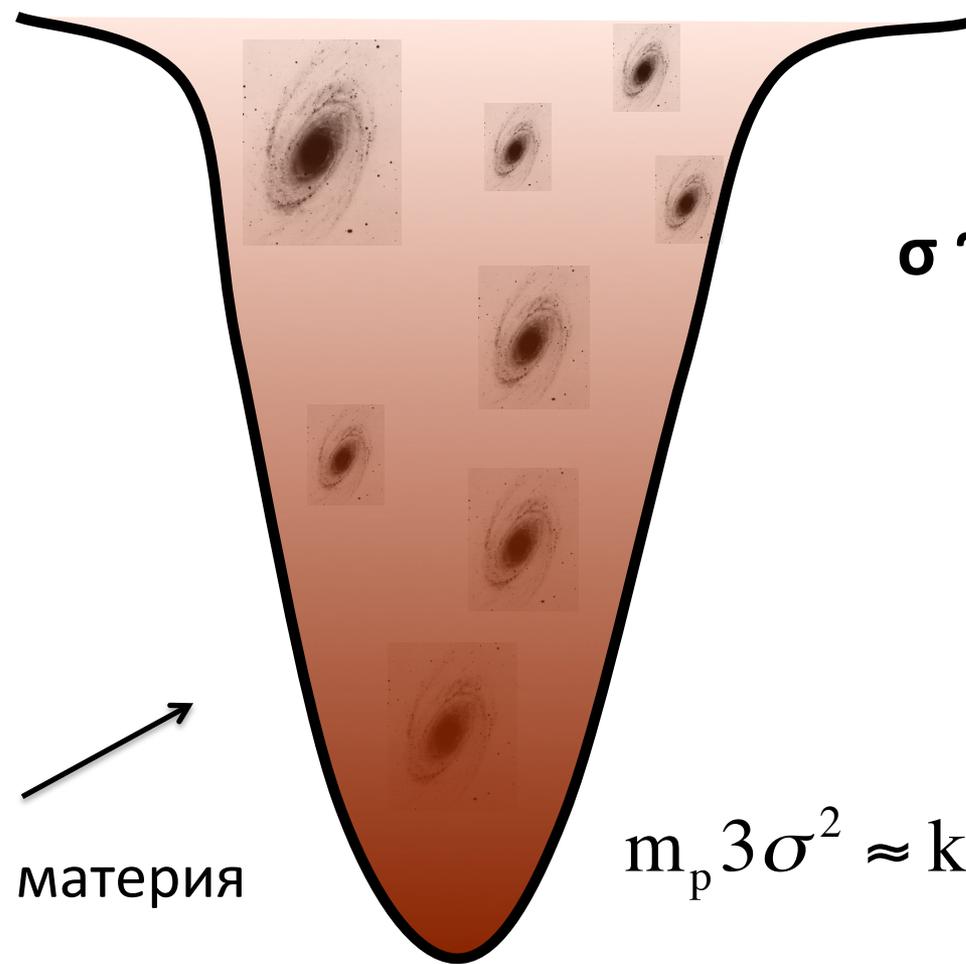
$kT_e \sim 10$ кэВ

$\sigma \sim 1000$ км/с

темная материя



$$m_p 3\sigma^2 \approx kT_e \approx m_p \frac{GM}{R}$$



Типичные параметры богатых скоплений

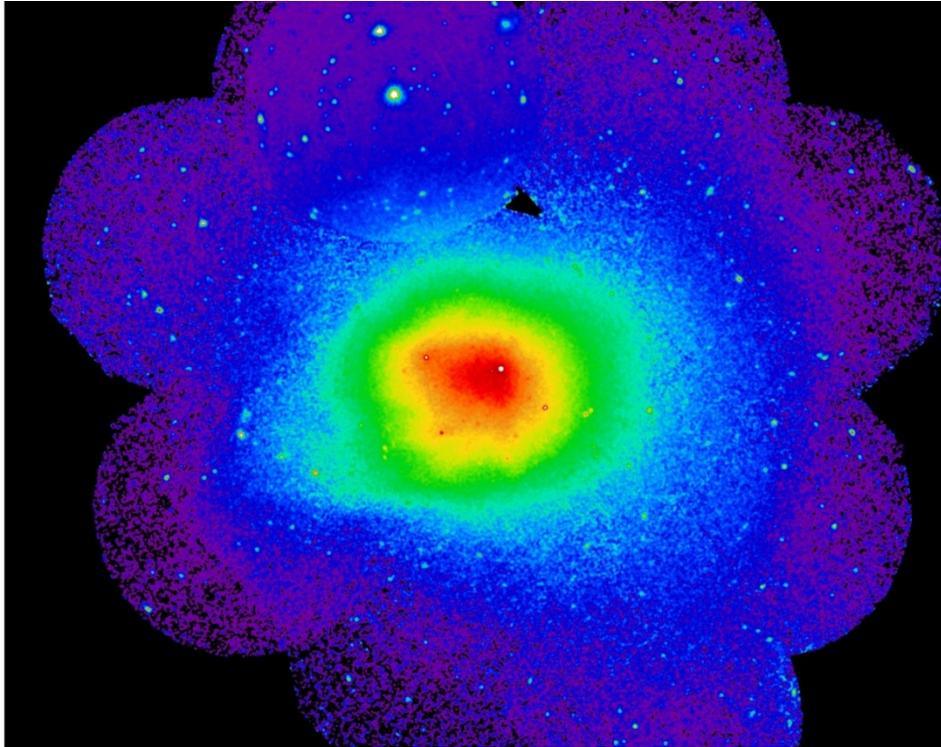
Масса $10^{14} - 10^{15} M_{\text{sun}}$

Размер $1 - 3$ Мпк

Плотность барионов $10^{-1} - 10^{-4} \text{ см}^{-3}$

Температура $2 - 15$ кэВ

Обилие $0.3 - 0.5$ от солнечного



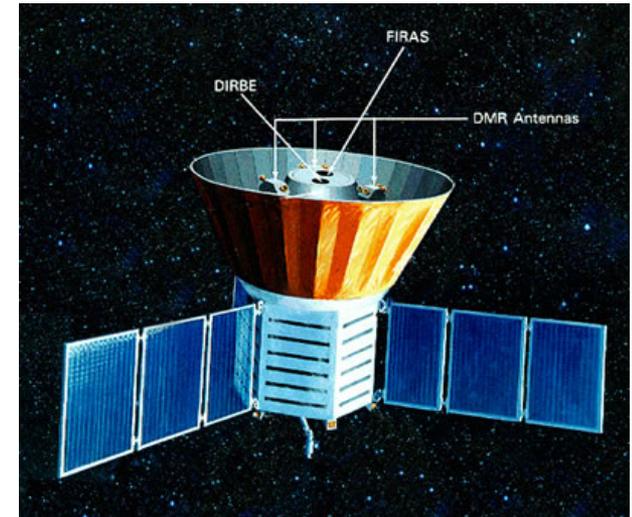
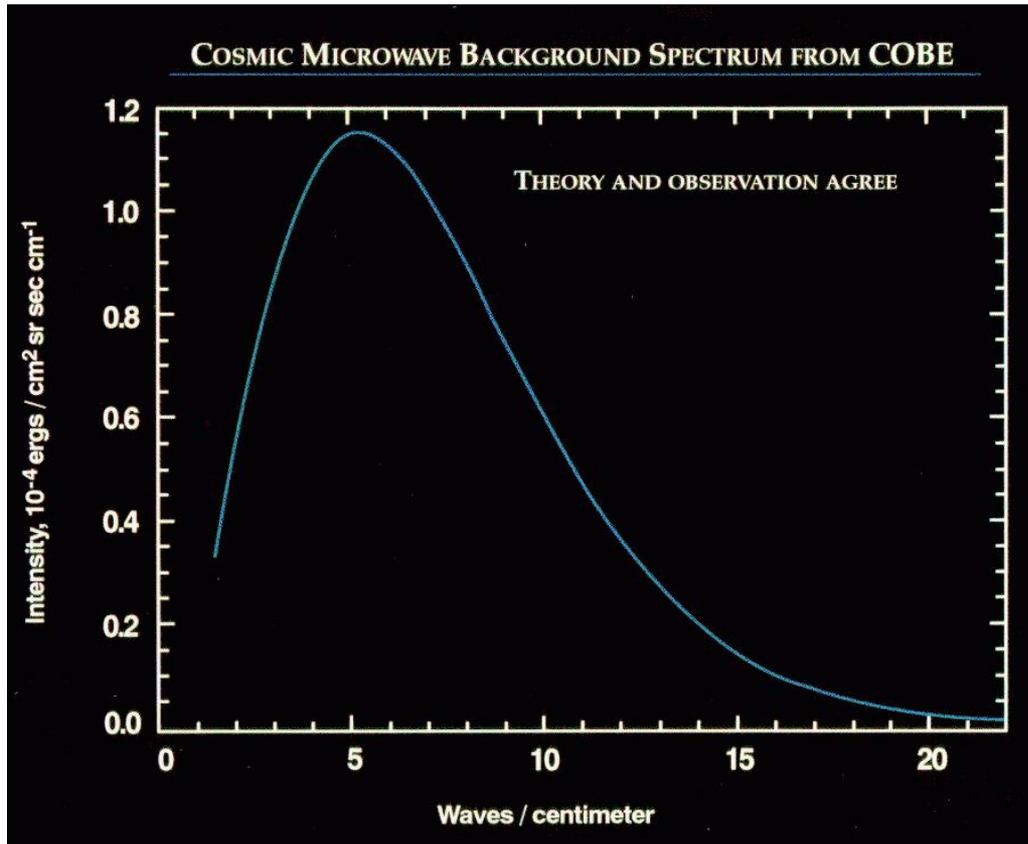
горячий межгалактический
газ

$$n_e, T_e, R$$

$$\sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$$

$$\tau_T = \sigma_T n_e R = 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{n_e}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right) \left(\frac{R}{1 \text{ Mpc}} \right)$$

Микроволновой фон (реликтовое излучение Вселенной)



Cosmic Background Explorer (COBE)

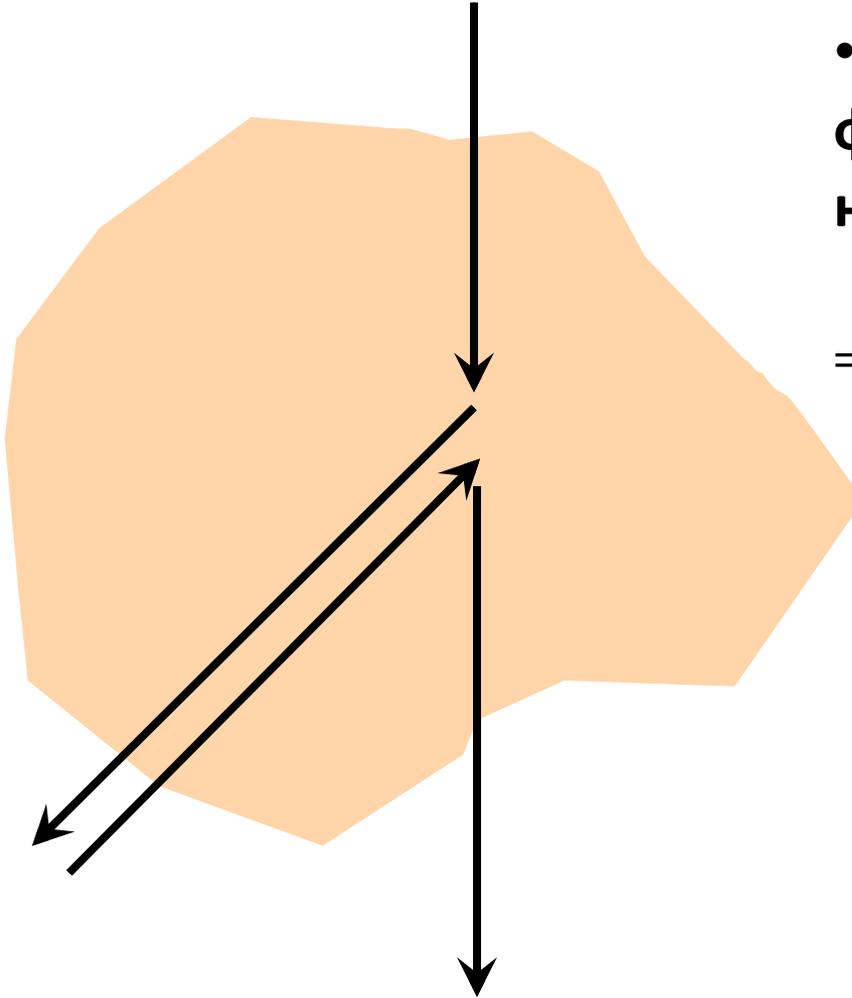
John Mather , George Smoot –
Нобелевская премия по
физике 2006 г.

$$T = 2.725 \pm 0.002 \text{ K} \Rightarrow T \approx 3000 \text{ K на } z=1000, \text{ т.к. } \nu(z)/\nu(0) = 1+z$$



400 фотонов/см³

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3}{16\pi} \sigma_T (1 + \cos^2 \theta)$$



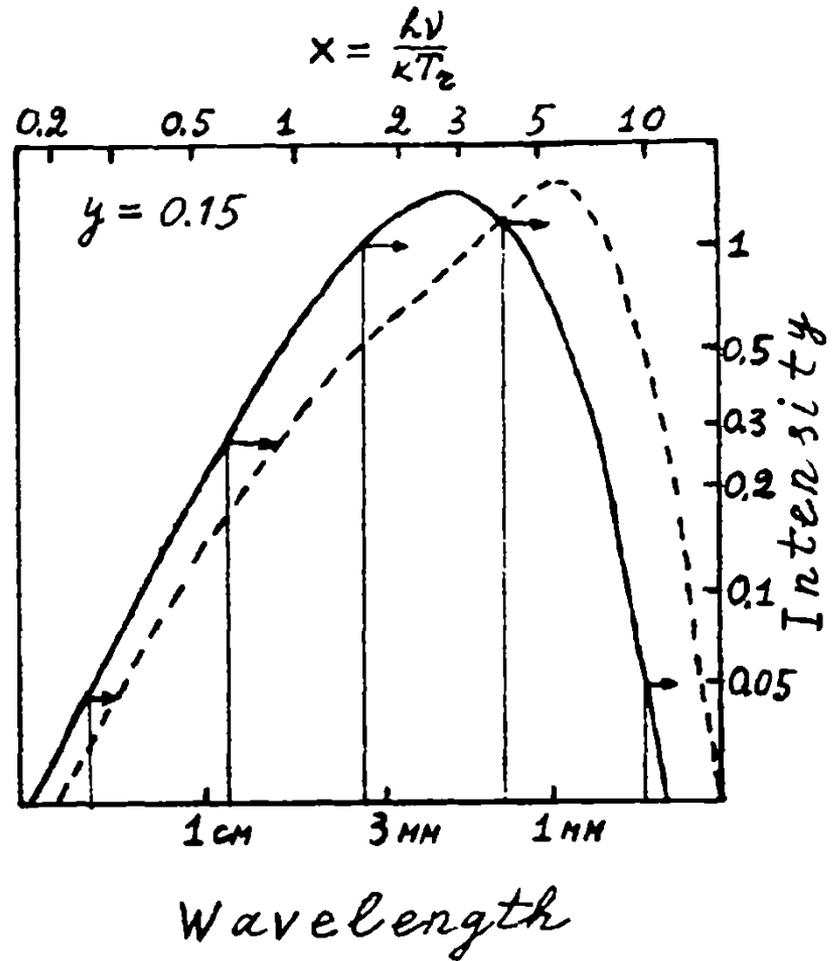
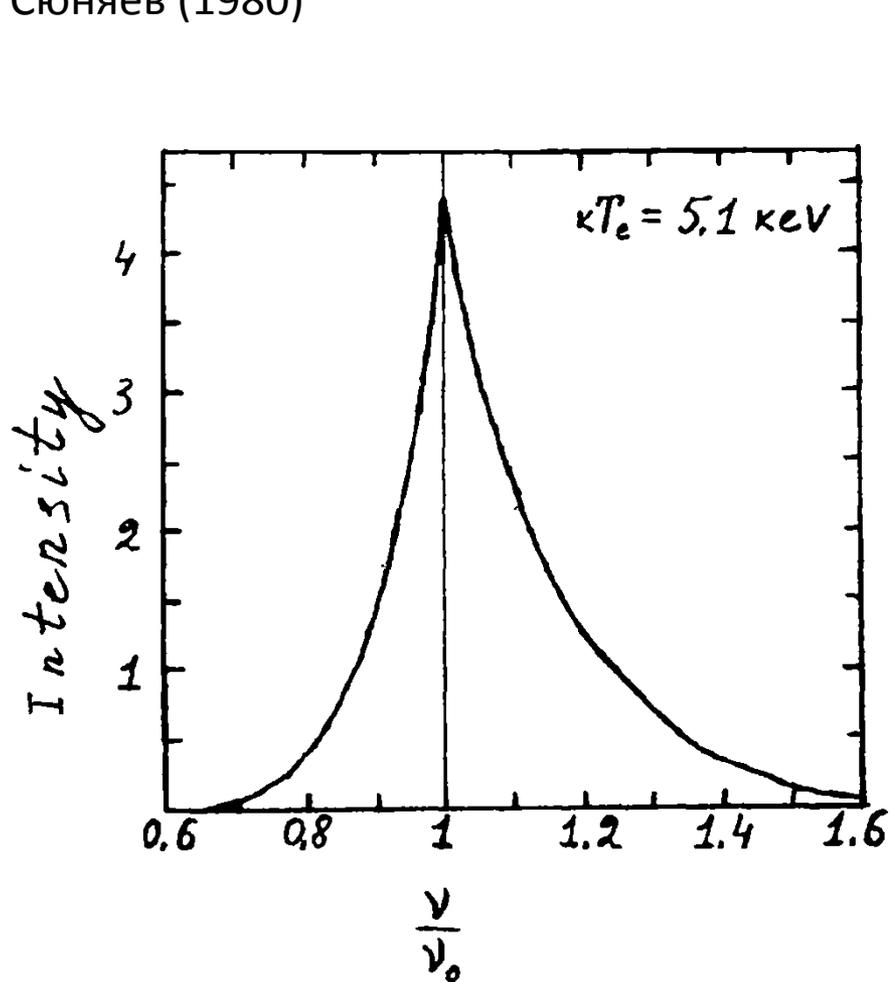
- Изотропный микроволновой фон пронизывает скопление

- Примерно каждый сотый фотон рассеивается (меняет направление)

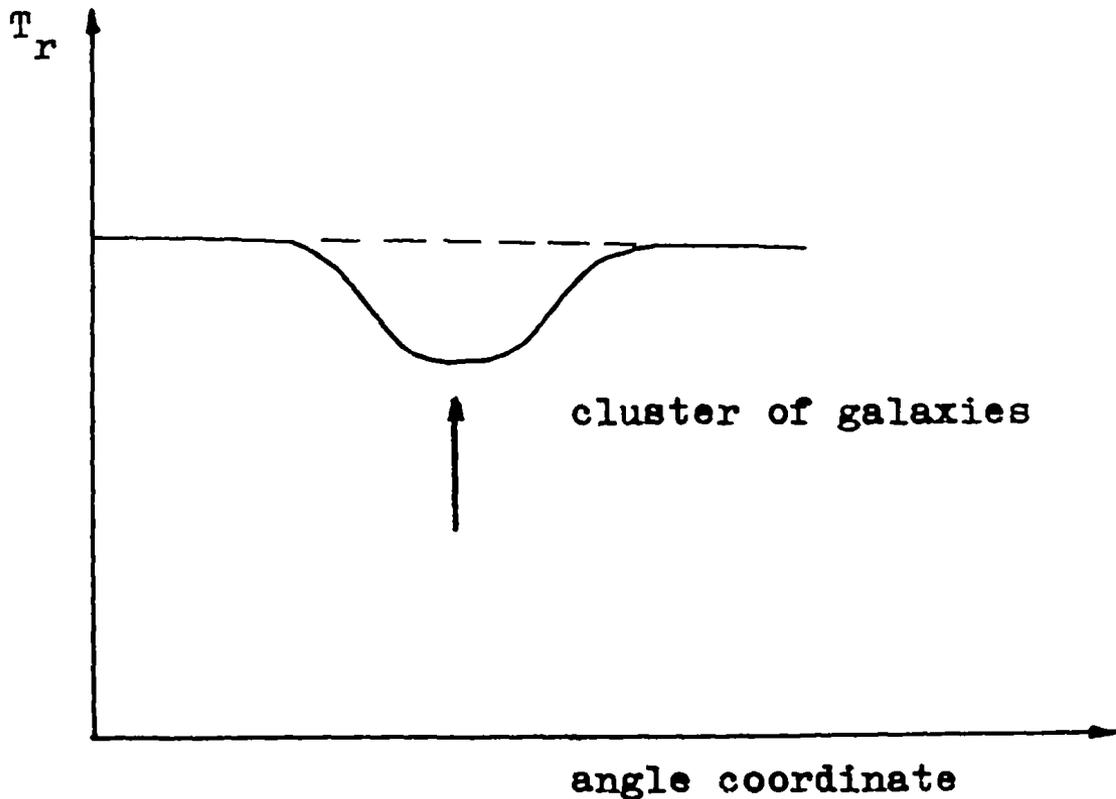
⇒ Нет сигнала?

Должен быть сигнал!

Сюняев (1980)



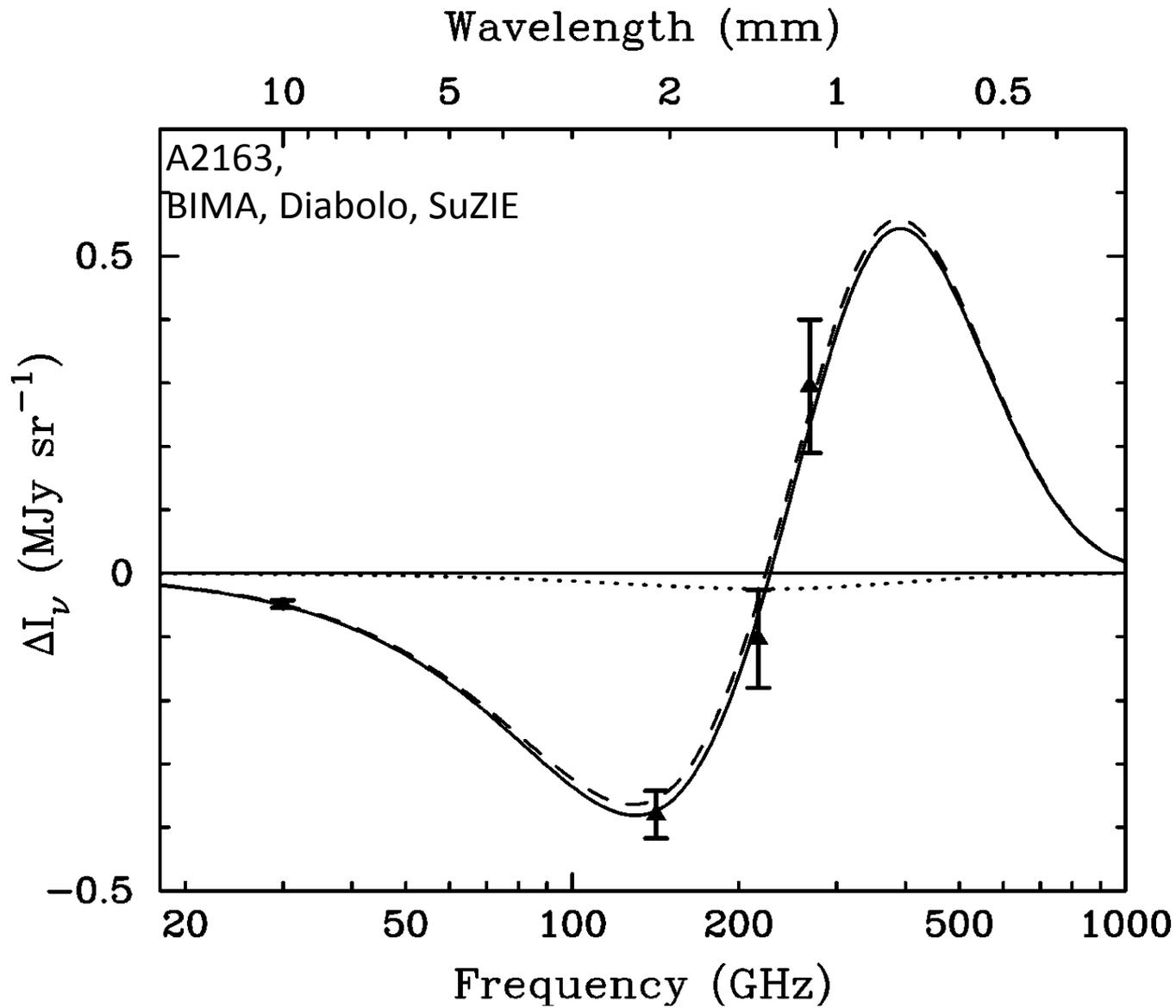
Эффект Сюняева-Зельдовича



$$y = \tau_T \frac{kT_e}{m_e c^2} \sim 10^{-4}$$

$$\frac{\Delta T_r}{T_r} = -2y$$

Sunyaev & Zeldovich 1972



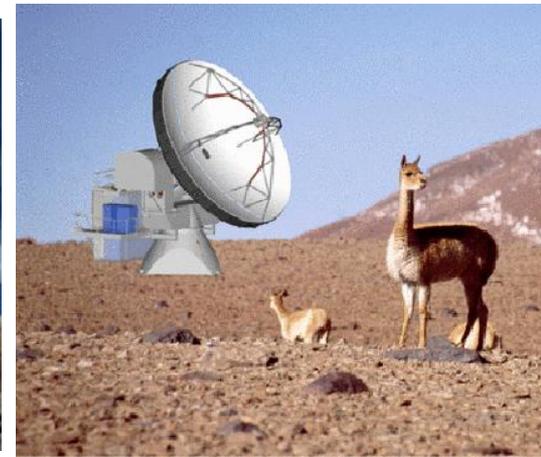
$\nu_0 = 218 \text{ Гц}$ ($\lambda = 1.38 \text{ мм}$)



South Pole (10 м) Telescope
Высота 2800 м
980 болометров



Atacama Cosmology Telescope
Высота 5200 м
3024 болометров



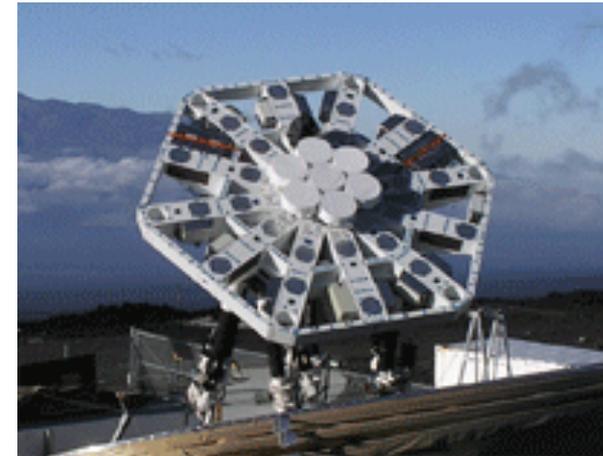
APEX (12 м)
Высота 5000 м
330 болометров



SZ Array, Калифорния

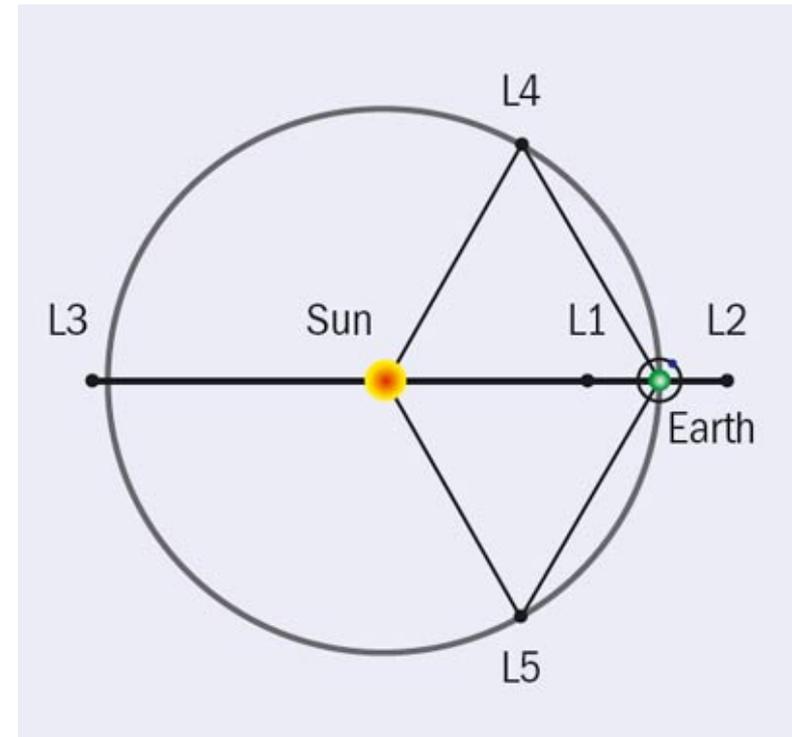


AMI, Кембридж



AMIBA, Гавайи
Высота 3396 м

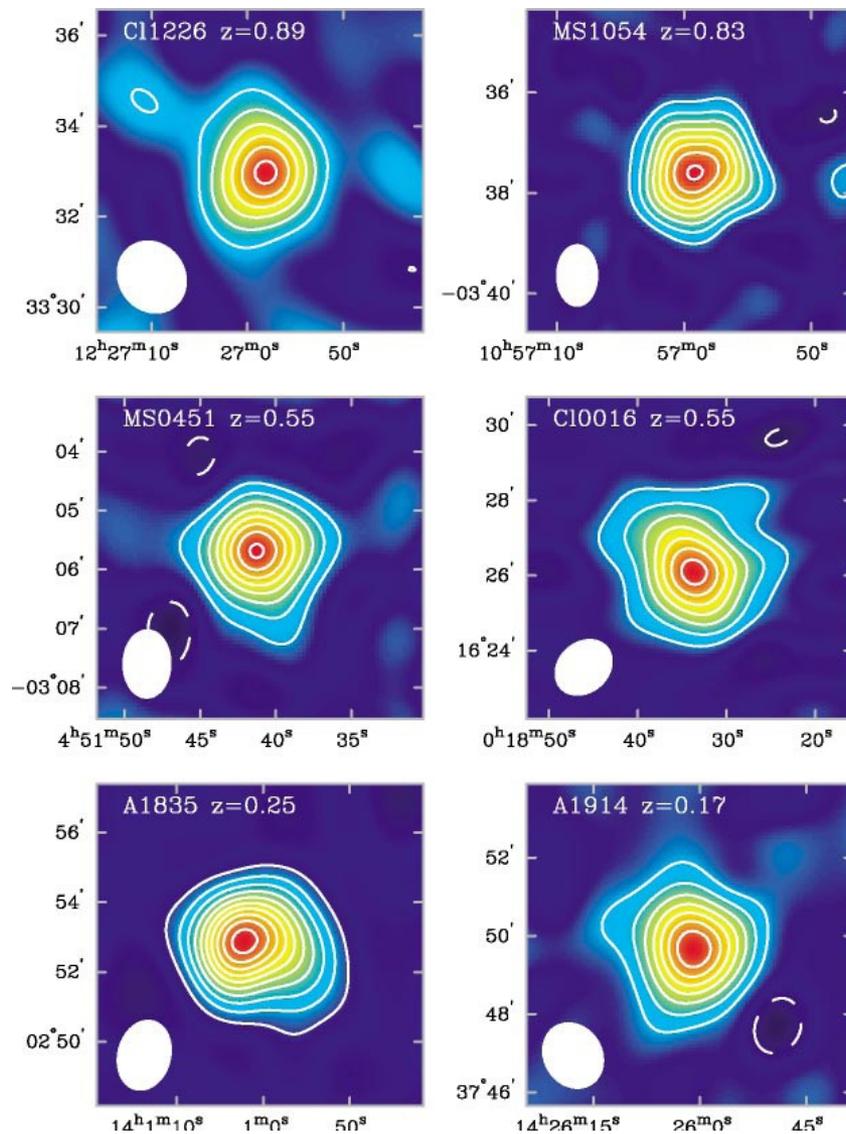
Обсерватория им. Планка (запущена в 2009 г.)



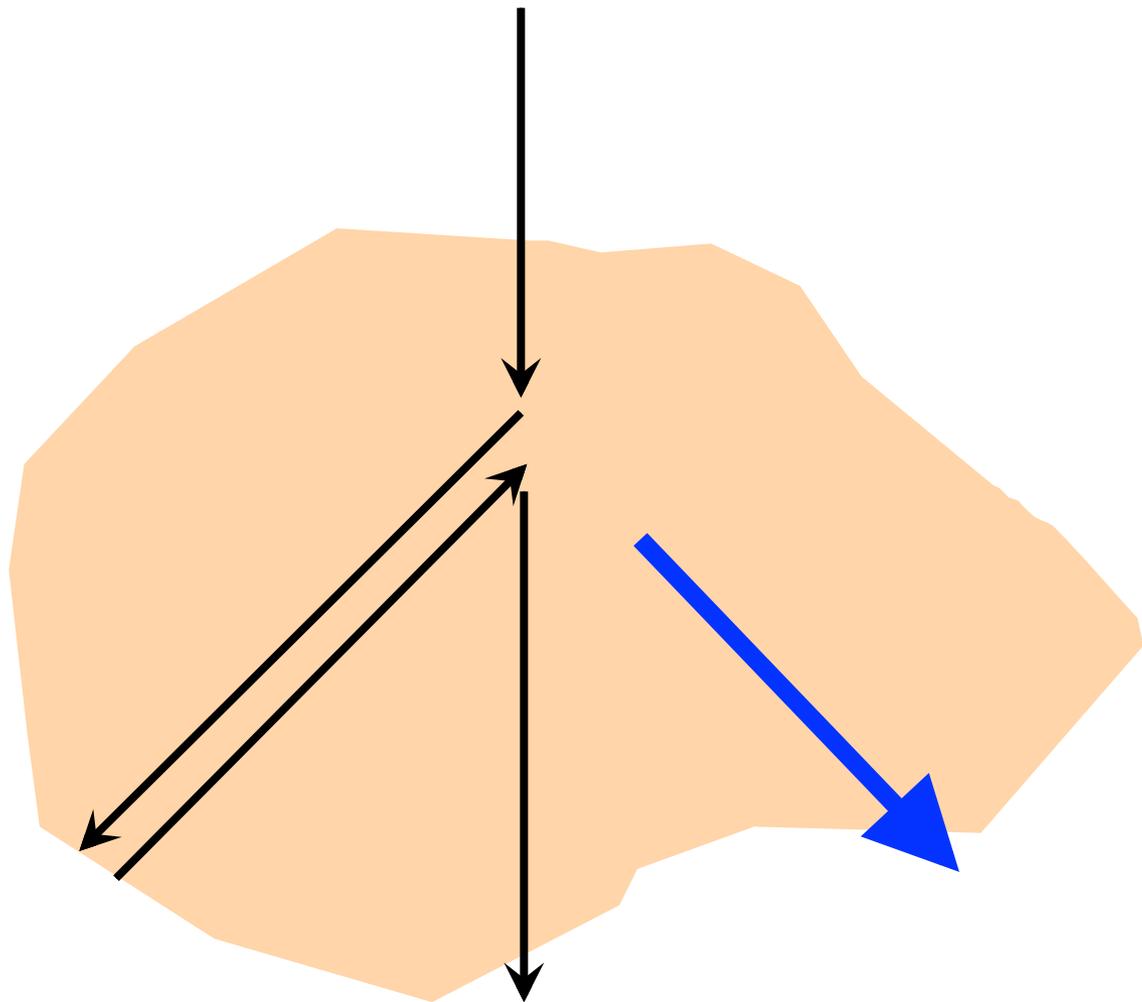
СЗ-сигнал не зависит от красного смещения!

Яркостная температура падает как $(1+z)$

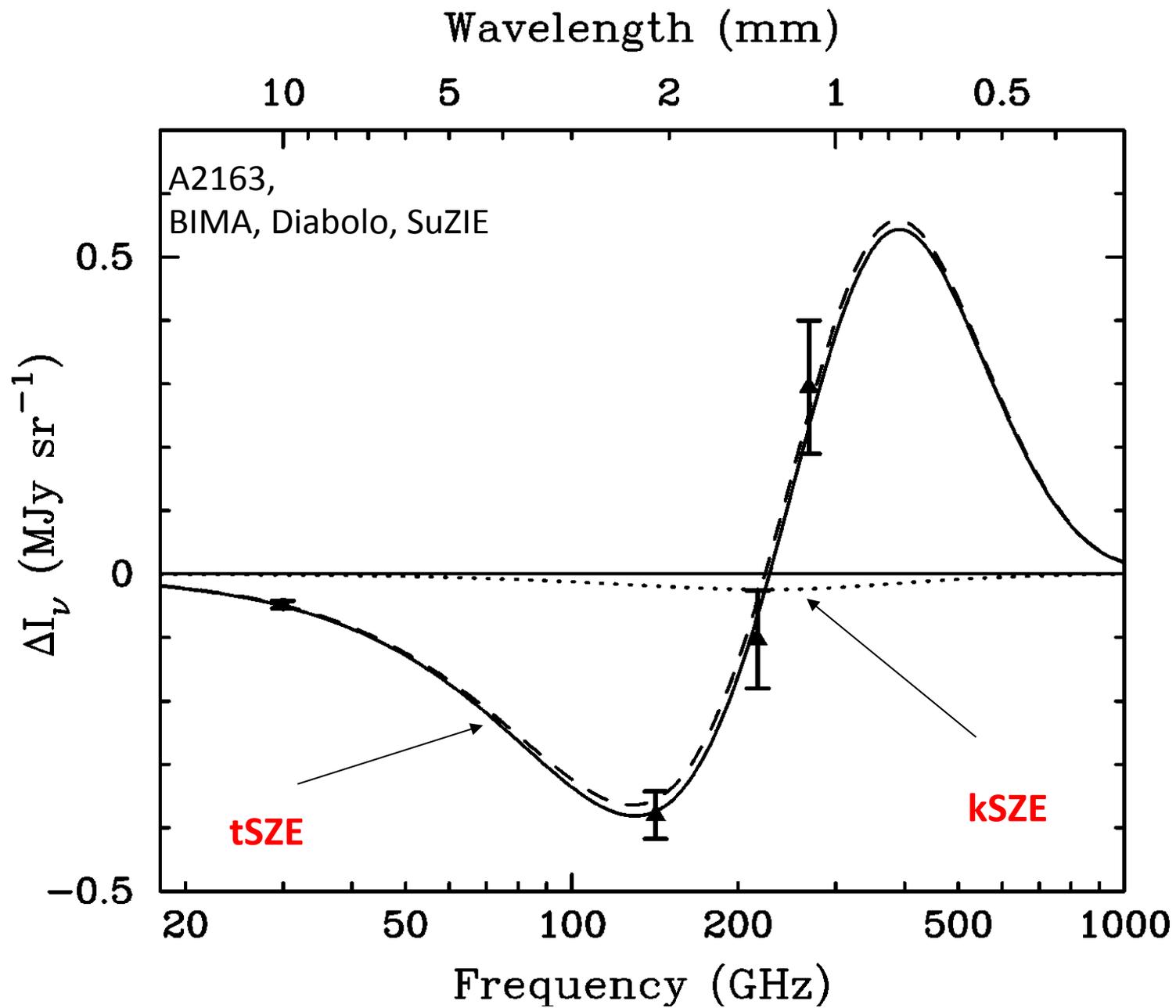
Температура фона была выше тоже в $(1+z)$ раз



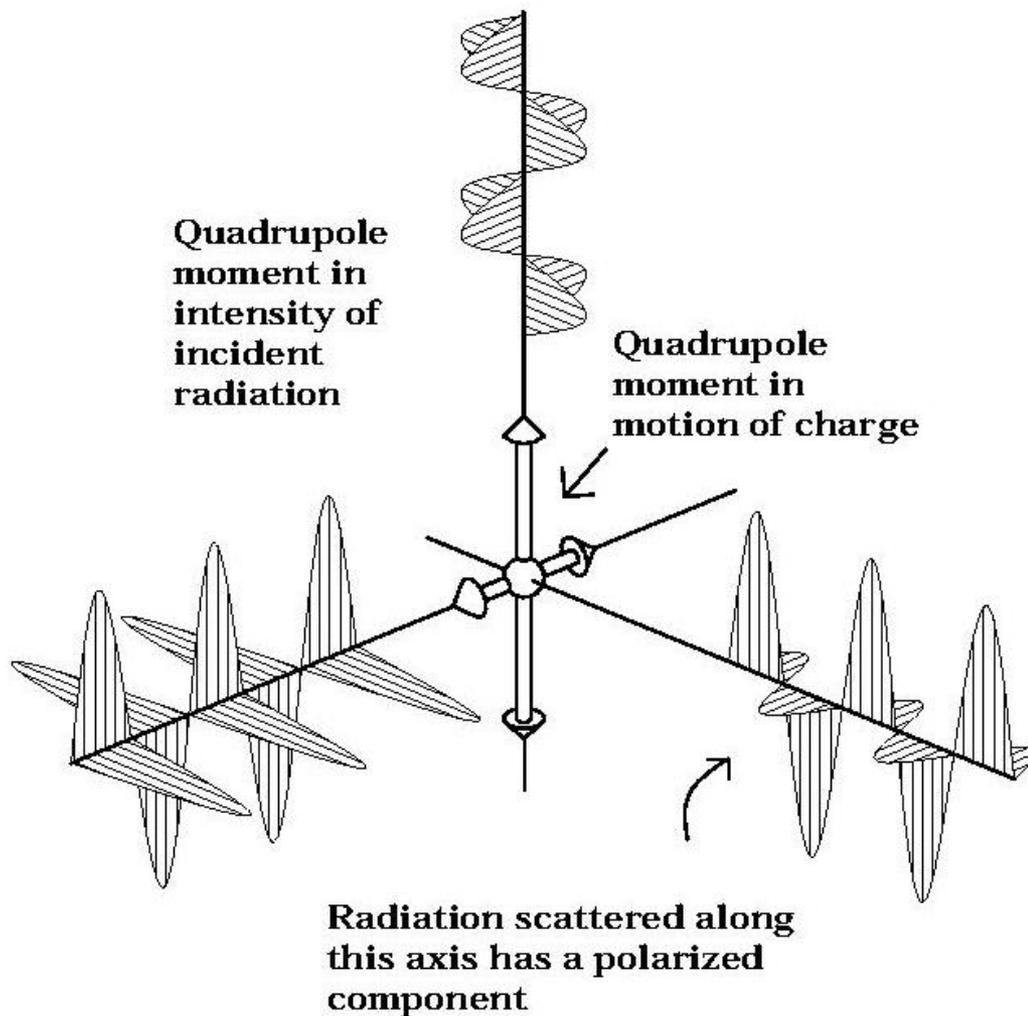
Кинематический эффект СЗ



$$\frac{\Delta T}{T_{\text{СМВ}}} = -\tau_T \left(\frac{v_{\text{pec}}}{c} \right)$$

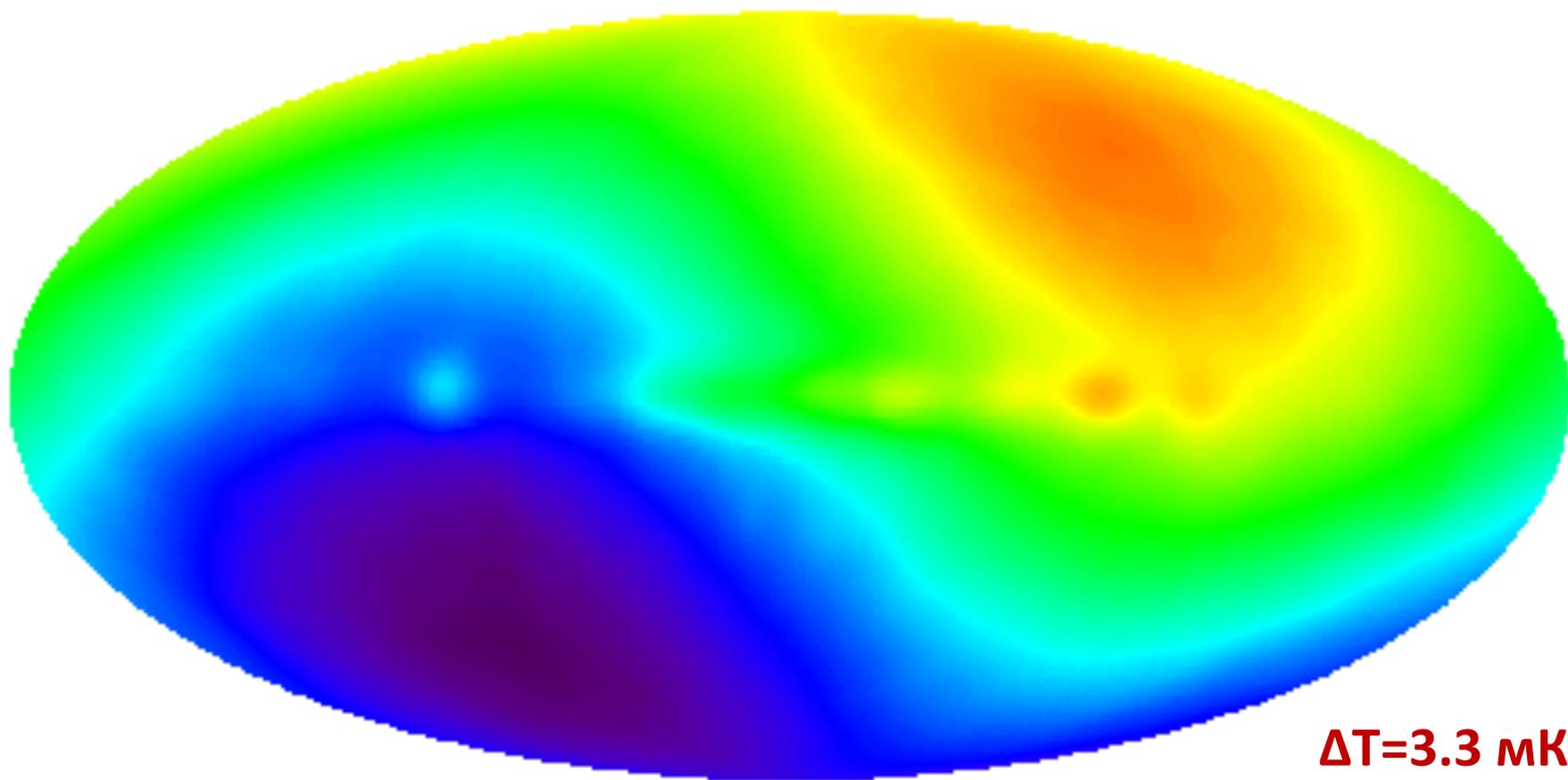


Поляризация в результате эффекта Сюнчева-Зельдовича



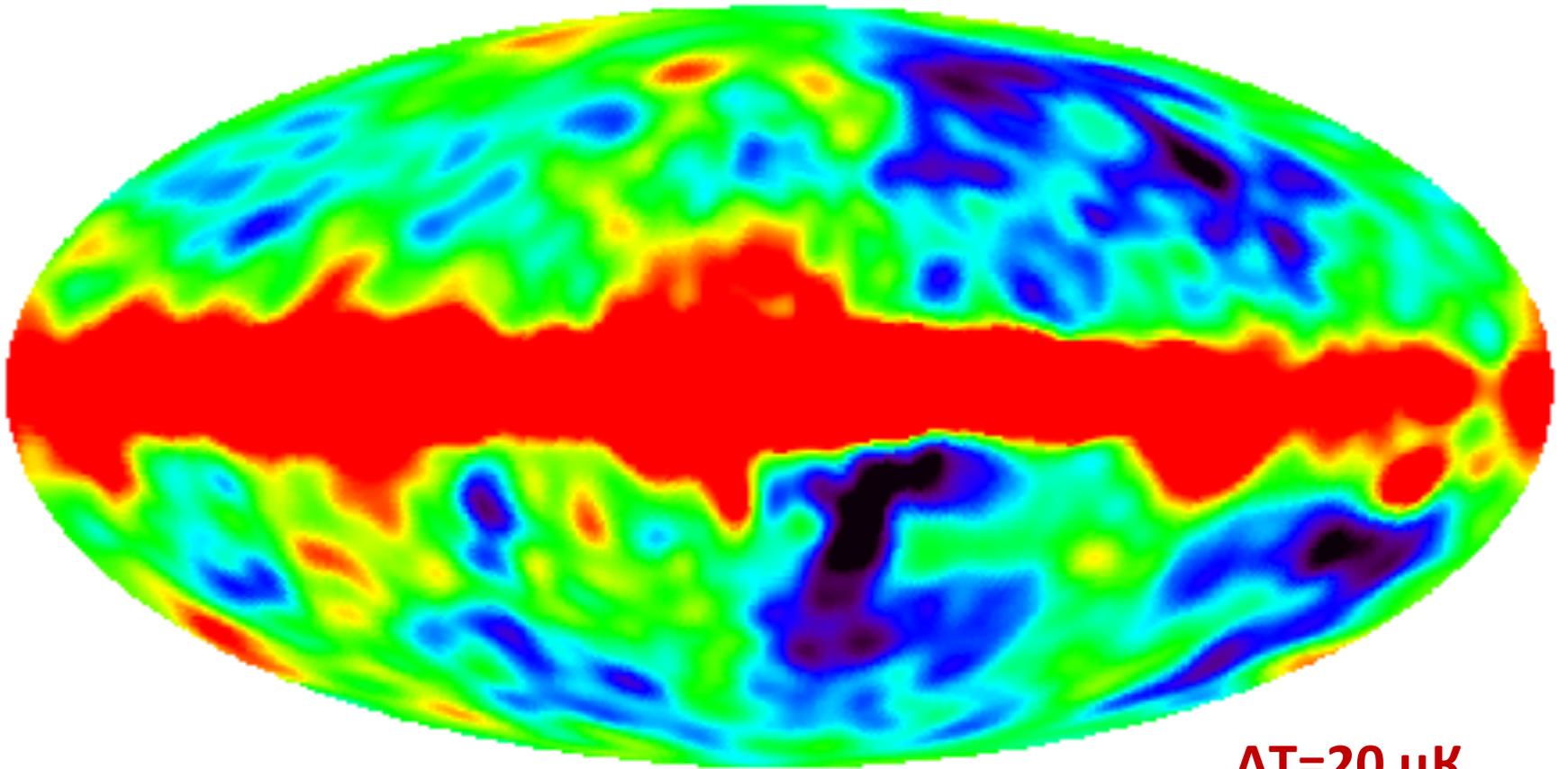


Диполь

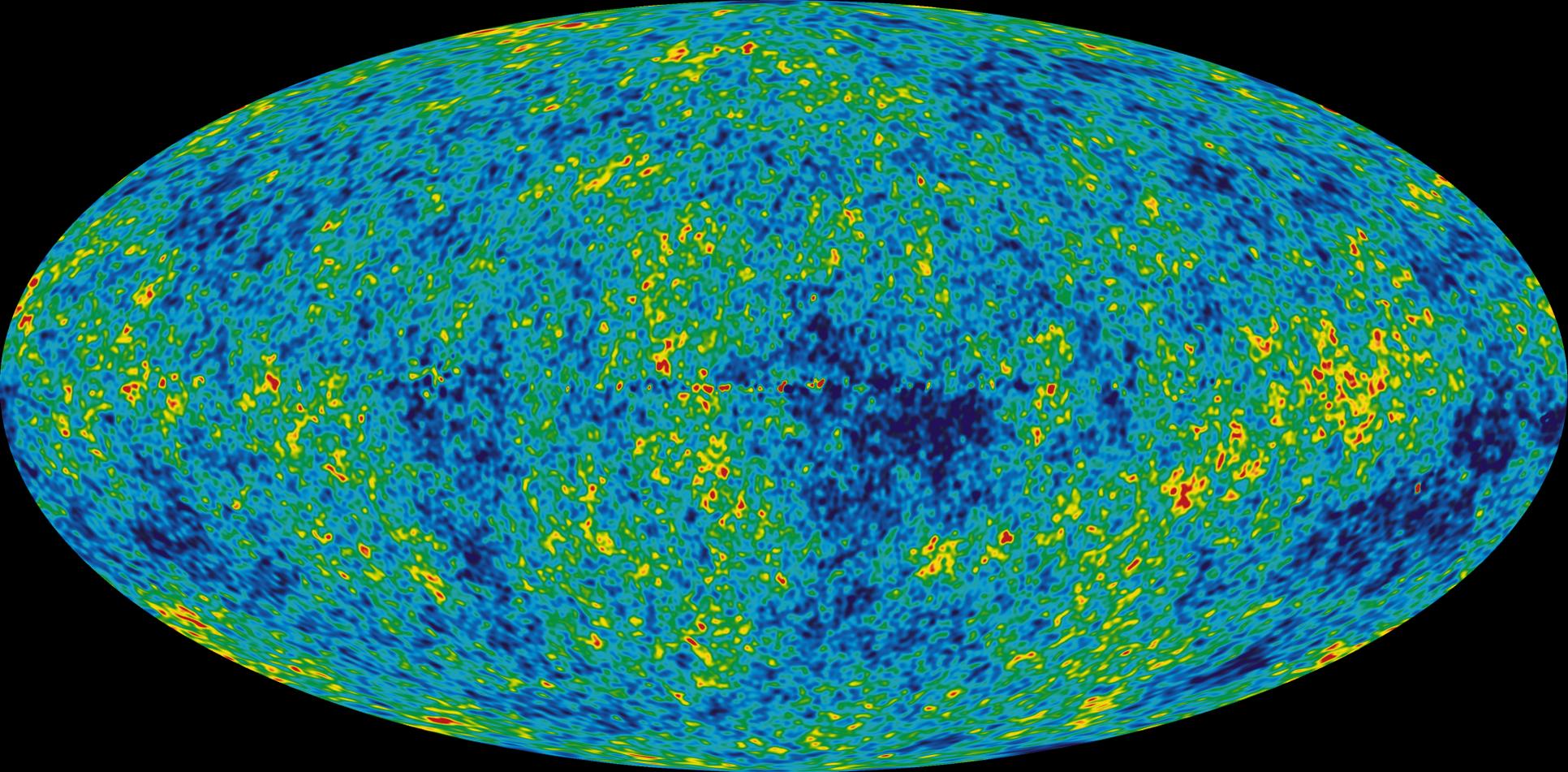


Местная группа галактик движется со скоростью ~ 400 км/с

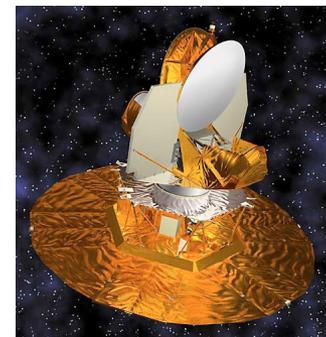
Диполь убран



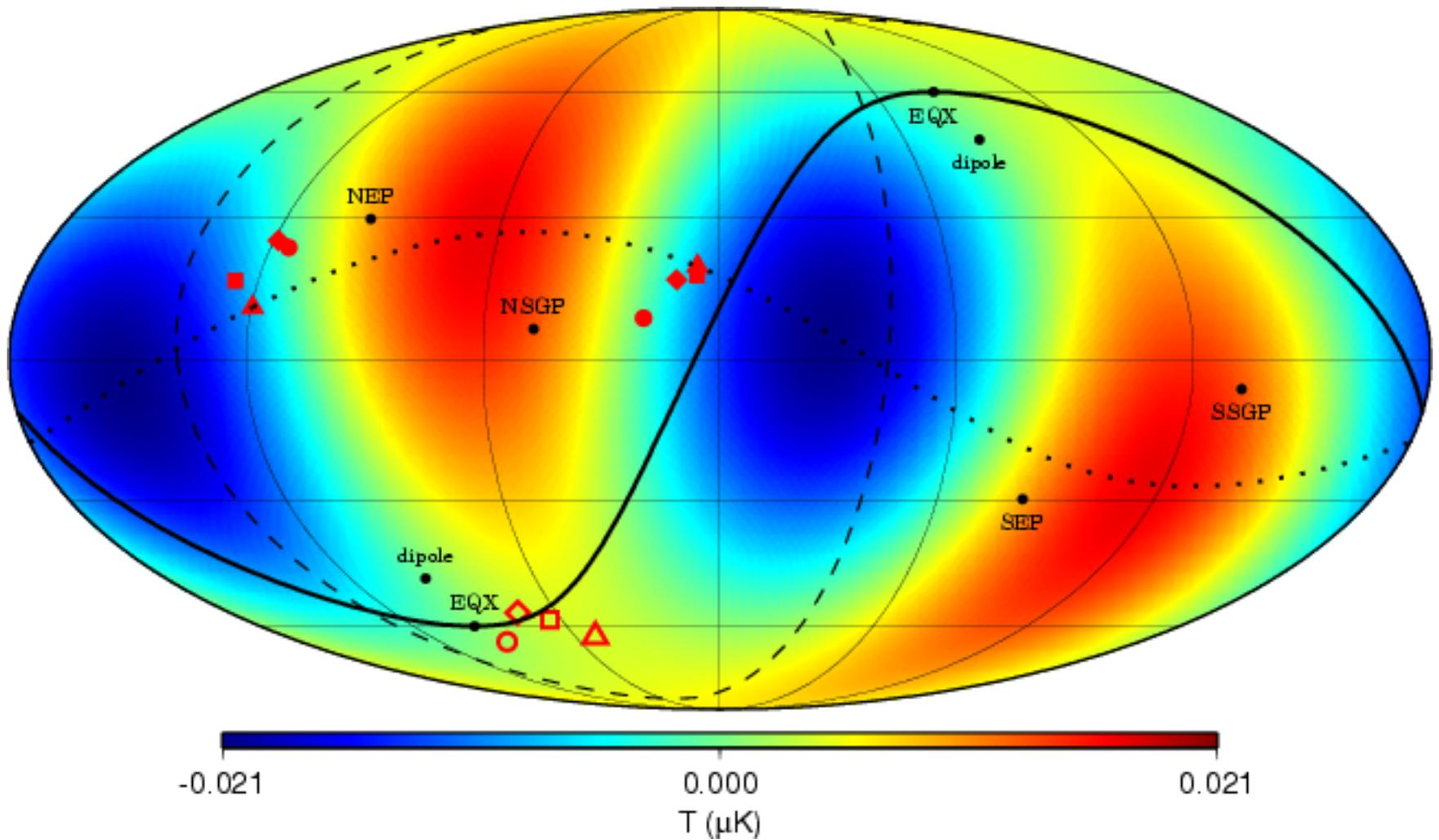
$\Delta T = 20 \mu\text{K}$

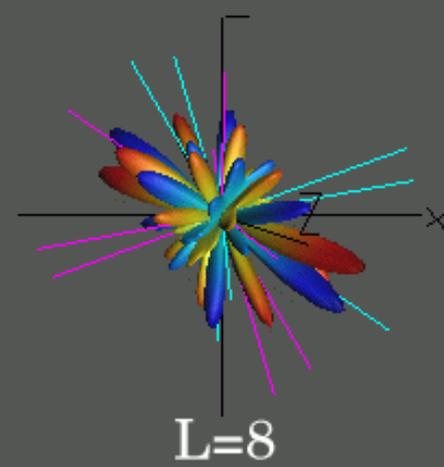
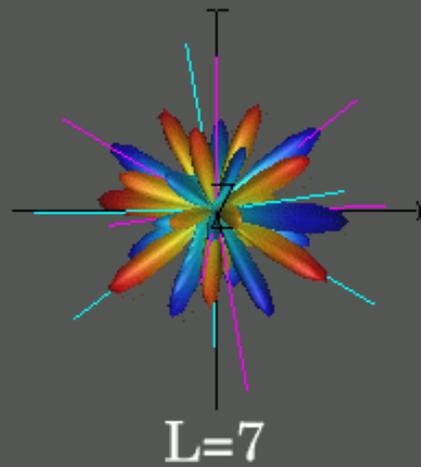
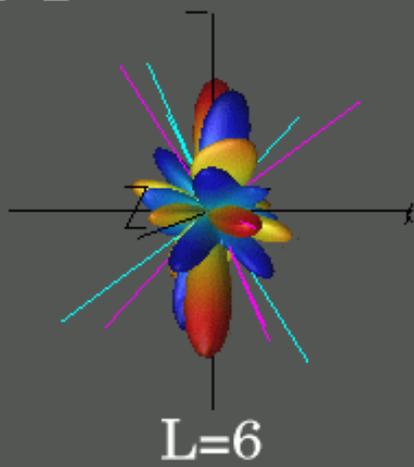
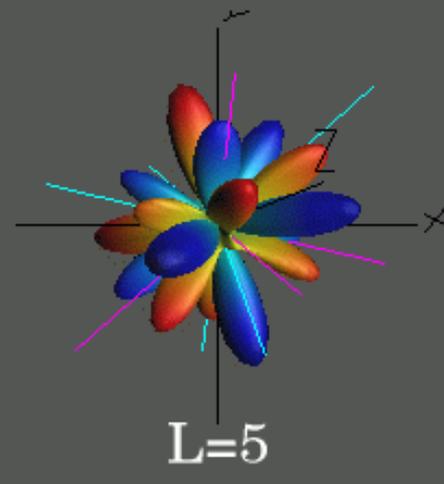
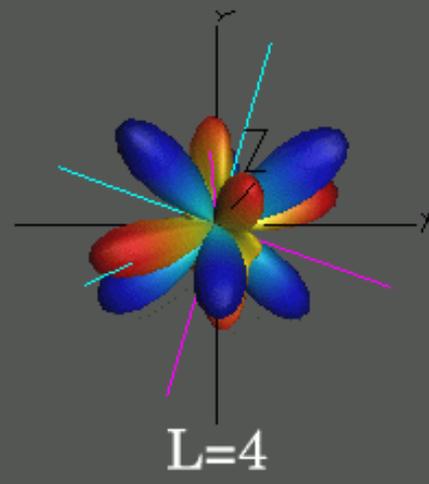
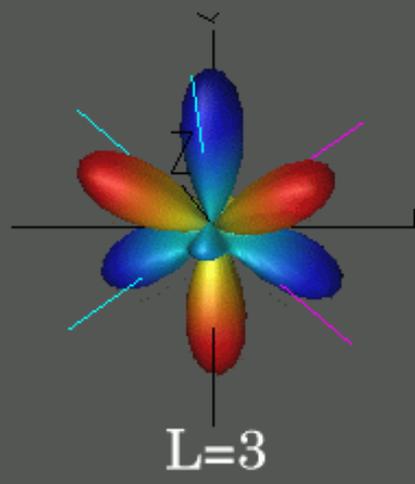
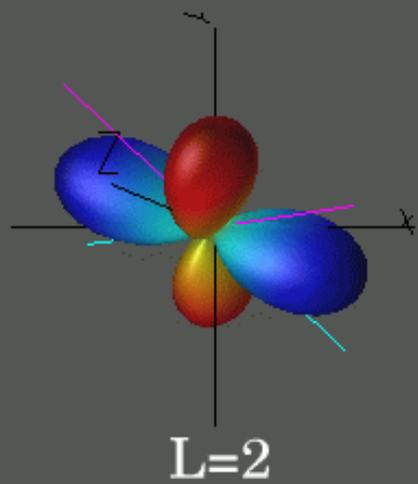


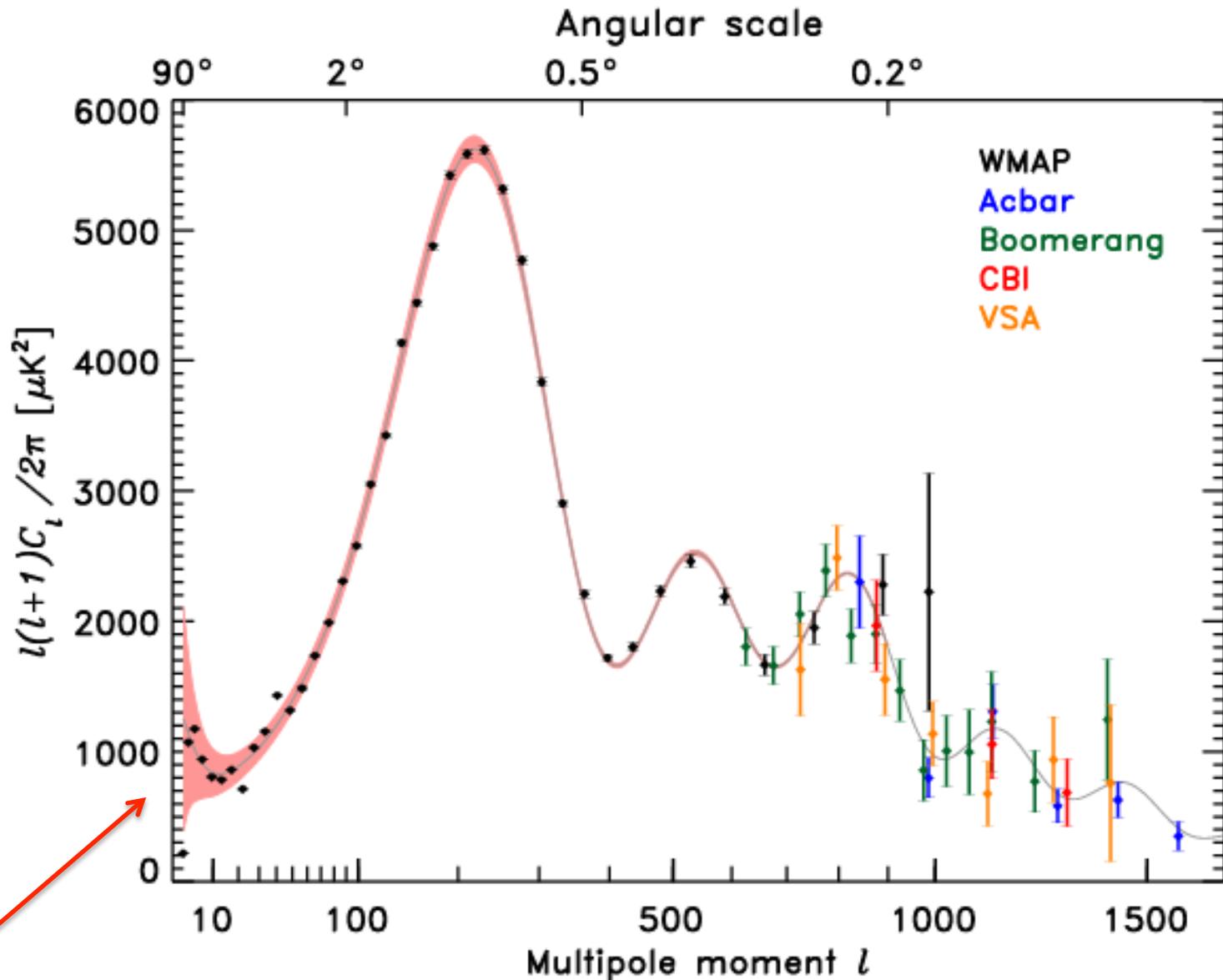
*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe
(WMAP, запущен в 2001 г.)*



Квадруполь

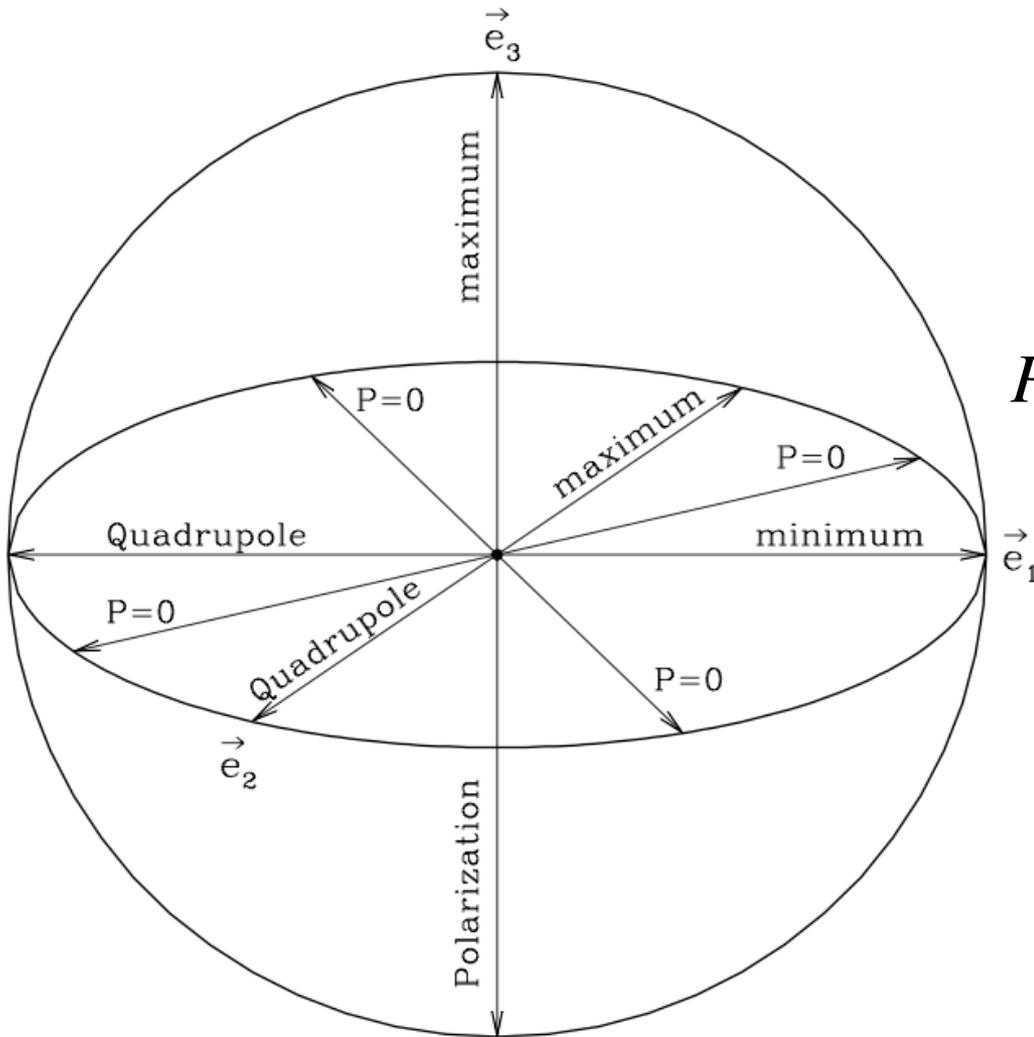






$l=2$ - квадрупольная компонента
анизотропии температуры фона

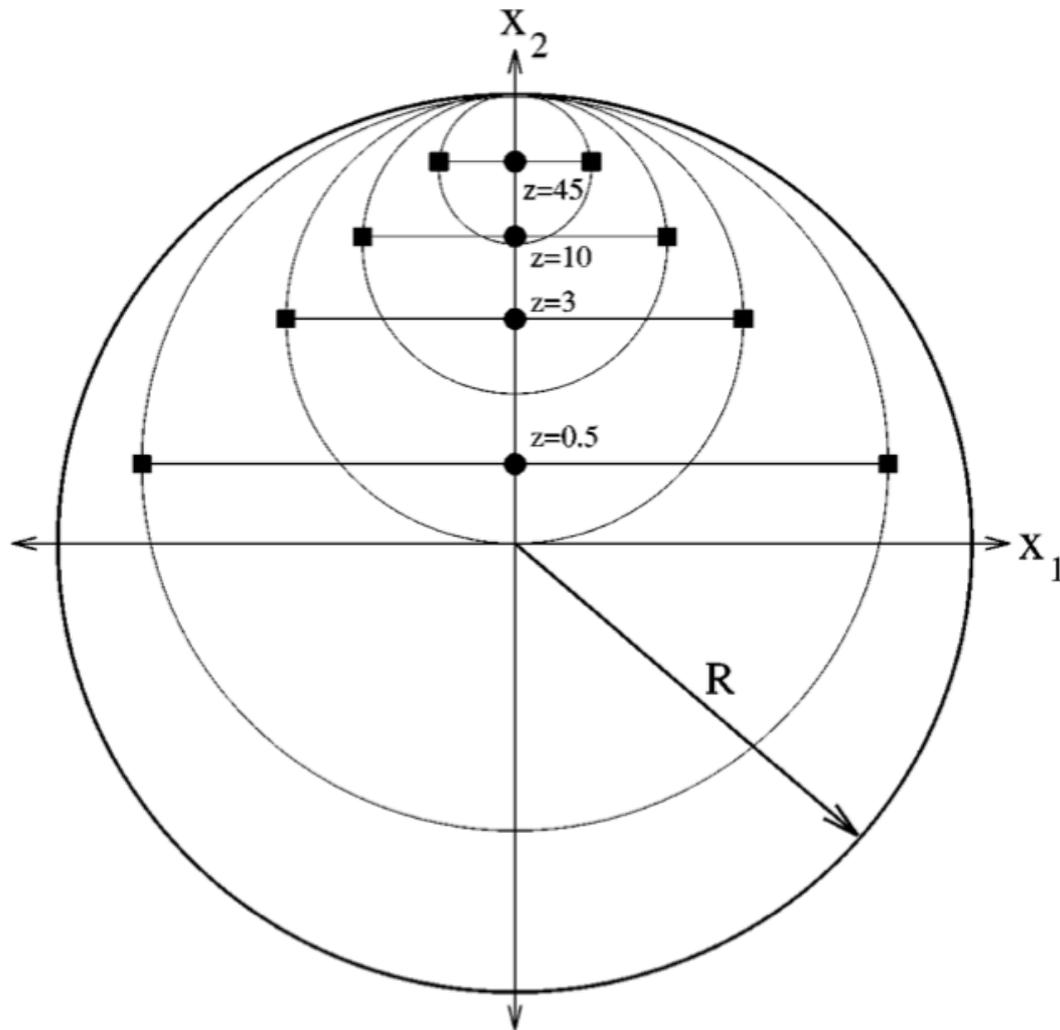
По данным COBE,
 $Q_{rms} = [4, 28] \mu K$ (95%)



$$P_{rms} \approx 0.6 P_{max} = \frac{\sqrt{6}}{10} f(x) \tau \frac{Q_{rms}}{T_0}$$

$$P_{max} \sim 0.1 \frac{\tau}{0.02} \mu K$$

$$\vec{e}_{max} = (\pm 64^\circ, \mp 27^\circ)$$

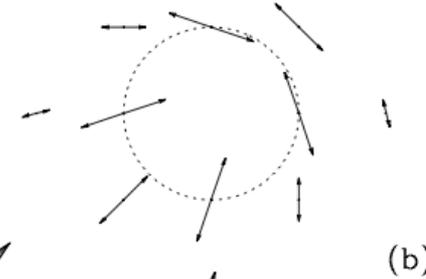
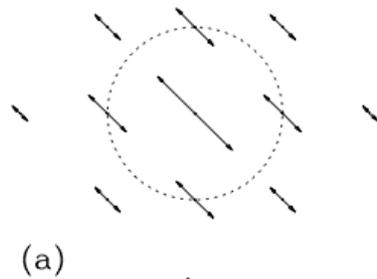


Kamionkowski & Loeb 1997

Суммируя сигналы от многих скоплений, можно измерить квадрупольную компоненту в различных частях Вселенной

Другие поляризационные эффекты

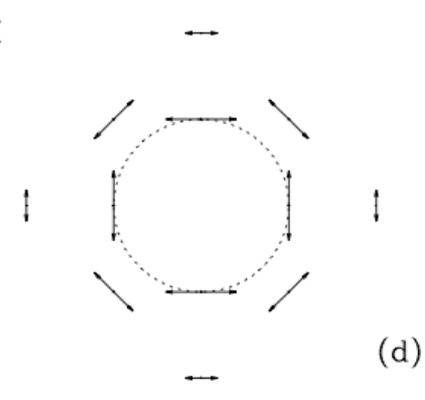
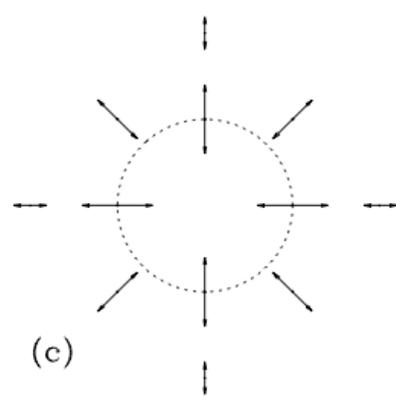
$$P \propto \beta_t^2 \tau$$



$$P \propto \beta_t \tau^2$$

$$P \propto \frac{kT_e}{m_e c^2} \tau^2$$

$$(x < 3.83)$$



$$P \propto \frac{kT_e}{m_e c^2} \tau^2$$

$$(x > 3.83)$$

$$b/a = 0.8$$

